MNPEF
Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

U
E
MNPEF

Universidade Estadual de Maringá
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Física
Programa de Pós-Graduação do
Mestrado Nacional Profissional em
Ensino de Física

SBF
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

PRODUTO EDUCACIONAL

LEI DE HOOKE E CONSERVAÇÃO DE ENERGIA: UMA PROPOSTA EXPERIMENTAL APLICADA AO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

FELIPE ENDO ARRUDA NITSCHE

MARINGÁ/PR
agosto/2019

PRODUTO EDUCACIONAL
LEI DE HOOKE E CONSERVAÇÃO DE ENERGIA: UMA PROPOSTA EXPERIMENTAL APLICADA AO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

FELIPE ENDO ARRUDA NITSCHE

Este Produto Educacional compõe o trabalho de Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física da Universidade Estadual de Maringá como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Ricardo Garcia Fernandes

MARINGÁ/PR
agosto – 2019

CARTA AO PROFESSOR

Caro Professor...

Sabemos das dificuldades enfrentadas por nós professores na sala de aula no que diz respeito à elaboração de estratégias didáticas que sejam motivadoras e atrativas aos nossos alunos; além disso, essas metodologias devem levar em consideração aquilo que é mais importante: a uma aprendizagem efetiva e com qualidade, que não se resuma em apenas atribuição de notas.

Destacamos, neste Produto Educacional, a importância de atividades práticas com a utilização de materiais simples, nesse caso, molas helicoidais e outros, a fim de desenvolver os conceitos físicos e matemáticos da Lei de Hooke e a relação dos materiais deformáveis com o princípio de conservação da energia mecânica.

A realização profissional e pessoal de todo professor é a satisfação e aprendizagem efetiva de seus alunos. Dessa forma acreditamos que é possível realizar atividades motivacionais e potencialmente significativas para o estudo da Física (tão temida pela grande maioria dos estudantes).

Nosso principal enfoque na construção desse material é justamente demonstrar que é possível sim, desenvolver aulas práticas no Ensino Médio, bem como, trabalhar com conceitos utilizando materiais que talvez ficassem guardados em caixas no laboratório de Física, de modo que não fossem explorados e utilizados para o desenvolvimento de novos conhecimentos.

Neste Produto Educacional você encontrará uma fundamentação teórica sobre os assuntos que serão abordados (que estará no Apêndice A, como um texto de apoio), bem como, questionários prévios e avaliativos além de roteiros de experimentos utilizando como princípio norteador a Lei de Hooke e o conceito da conservação de energia mecânica.

Os resultados obtidos com a aplicação e desenvolvimento deste Produto Educacional formaram requisitos para a realização do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, ao qual, convido o leitor a conhecer e fazer parte do programa, uma vez que é de extrema valia para o nosso crescimento profissional. Bom trabalho!

O Autor

Sumário

CARTA AO PROFESSOR .... **iii**

Apresentação **1**

1. Kit Experimental e Experimentos Propostos **2**

1.1 *Kit* Experimental - MEC 2

1.2 Roteiros Experimentais 5

2. Estrutura das Aulas **20**

2.1 A sequência didática 20

2.2 Teoria de Aprendizagem - Ausubel 21

2.3 Ficha técnica da SD do Produto Educacional 23

2.4 Avaliação 27

2.4.1 Questionários sobre as concepções prévias (QPr) 27

2.4.2 Questionários sobre as concepções posteriores (QPo) 29

Considerações Finais **37**

Referências **38**

Apêndice A – Texto de Apoio **39**

Apêndice B – Material para Impressão **81**

Apêndice C – Expectativas de Aprendizagem/Resultados Esperados **108**

APRESENTAÇÃO

O principal objetivo deste Produto Educacional (PE) é instigar os estudantes a respeito do conceito de princípio de conservação de energia, a partir de experimentos utilizando-se molas helicoidais contidas em um dos *kits* de laboratório de Física disponibilizado pelo Ministério da Educação às escolas públicas do estado do Paraná.

Nesse *kit* encontra-se o material necessário para a montagem do sistema massa-mola; sistema, inclusive, considerado pelos professores e alunos das escolas sem ou pouca relevância. A partir dessa constatação, elaborou-se uma proposta de trabalho experimental utilizando o material já existente na escola com o intuito de discutir o princípio de conservação da energia.

A Diretriz Curricular do Estado do Paraná (DCE) para a componente curricular Física, propõe em seu conteúdo estruturante **Movimento** dois conteúdos classificados como básicos para a 1ª série do Ensino Médio, a saber: **energia e o princípio de conservação de energia** e **gravitação**. Ambos os conteúdos básicos propostos pela DCE de Física, devem ser desenvolvidos em sala de aula levando em consideração aspectos como o contexto sócio-histórico, além da teoria científica dos conteúdos. *[ParFís08]*

Considerando ainda, abordagens que enriqueçam o cotidiano dos estudantes por meio de problematizações para melhor compreensão das ideias e leis associadas a estes conteúdos básicos, presente sequência didática (SD), envolvendo a Lei de Hooke por intermédio da determinação da constante elástica de uma mola e a relação desta com a conservação de energia mecânica.

1. *Kit* Experimental e Experimentos Propostos

Apresentam-se neste capítulo, os materiais disponibilizados pelo MEC e os complementares, bem como, os experimentos e um roteiro experimental propostos para o uso dos mesmos.

1.1 *Kit* Experimental - MEC

O *kit* disponibilizado pelo Ministério da Educação (MEC) e encaminhado ao CEAT por meio da Secretaria de Estado da Educação do Paraná (SEED/PR), utilizado para elaboração e aplicação do presente PE, esteve guardado em um balcão de madeira no laboratório de Ciências Naturais do Colégio Estadual Antonio Tortato. A Figura 1.1 apresenta o *kit* utilizado na SD.

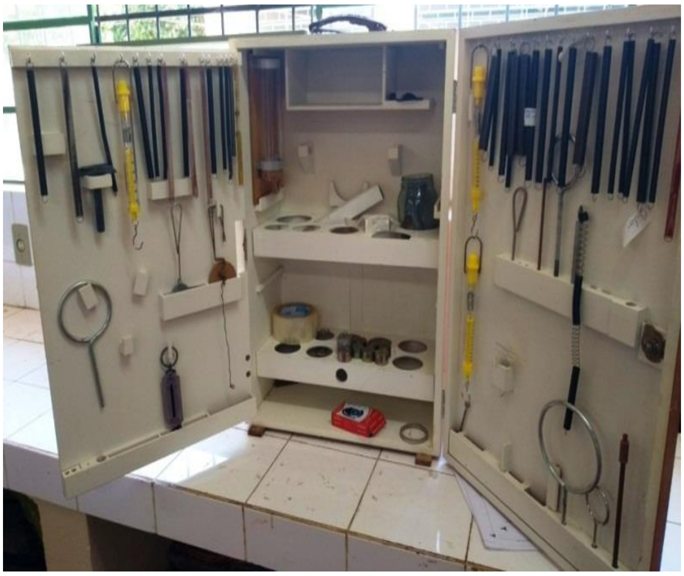


Figura 1.1 - Imagem fotográfica do conjunto experimental de mecânica utilizado na aplicação da SD e dado pelo MEC. FONTE: o autor.

Inicialmente esse conjunto de materiais continham apenas seis molas e pouquíssimas massas aferidas. Fez-se necessário então a adaptação de materiais. Houve ainda a necessidade de incluir ao *kit* molas com diâmetros diferentes aos já disponíveis nesse material, visto que para aplicar o presente PE completo é necessário no mínimo duas molas de mesmo tamanho diâmetro da mola e do fio iguais. Cabe ressaltar que os valores das massas são sugestões, mas que podem ser substituídos por outros, de materiais e valores diferentes. Nesta perspectiva, faz-se necessário aferir os valores de novas massas a serem utilizadas, ressaltando que as massas não necessitam ter valores diferentes entre si, pois serão sobrepostas fornecendo valores diferentes. Essa adaptação contou com a inclusão de materiais que a própria escola já tinha e que também foram disponibilizados pelo Ministério da Educação (MEC) em momentos diferentes (Figura 2.2), tal que a lista de materiais necessários para realização dos experimentos aqui propostos são:

- Pares de molas com mesmo diâmetro e comprimento (inclusos na imagem da Figura 1.1);
- Cronômetro (Figura 1.2 (a)), pode-se utilizar cronômetro de celular;
- Suporte universal (Figura 1.2 (d) circulado em azul);
- Massas com gramaturas conhecidas (Figura 1.2 (b));
- Balança (não aparece nas imagens);
- Réguas de 30 cm e 100 cm (fixado no suporte com fita adesiva - Figura 1.2 (d));
- 1 carretel de Fio de algodão ou de nylon, para usar como suporte de massas diretamente na mola de acordo com o experimento;
- Paquímetro (Figura 1.2 (a)) – opcional, mas útil para verificar a espessura do diâmetro da mola, bem como a do fio;
- Suporte de massas (Figura 1.2 (c) circulado em vermelho) e Figura 1.2 (e);

O suporte de massas para uso no experimento 2 na conexão de duas molas em série, circulada em vermelho na Figura 1.2 (c), pode ser substituída por um sistema simples, constituído de 3 clips (2 de mesma tamanho), um pedaço retangular de capa de caderno (ou encadernação) do lado da espiral (em destaque), se for capa dura não há necessidade do pedaço de madeira (palito de sorvete por exemplo) como ilustrada na Figura 1.2 (e).Esclarecendo que o suporte pode ser substituído por outro desde que o sistema oscile somente na vertical e as forças atuem em equilíbrio.

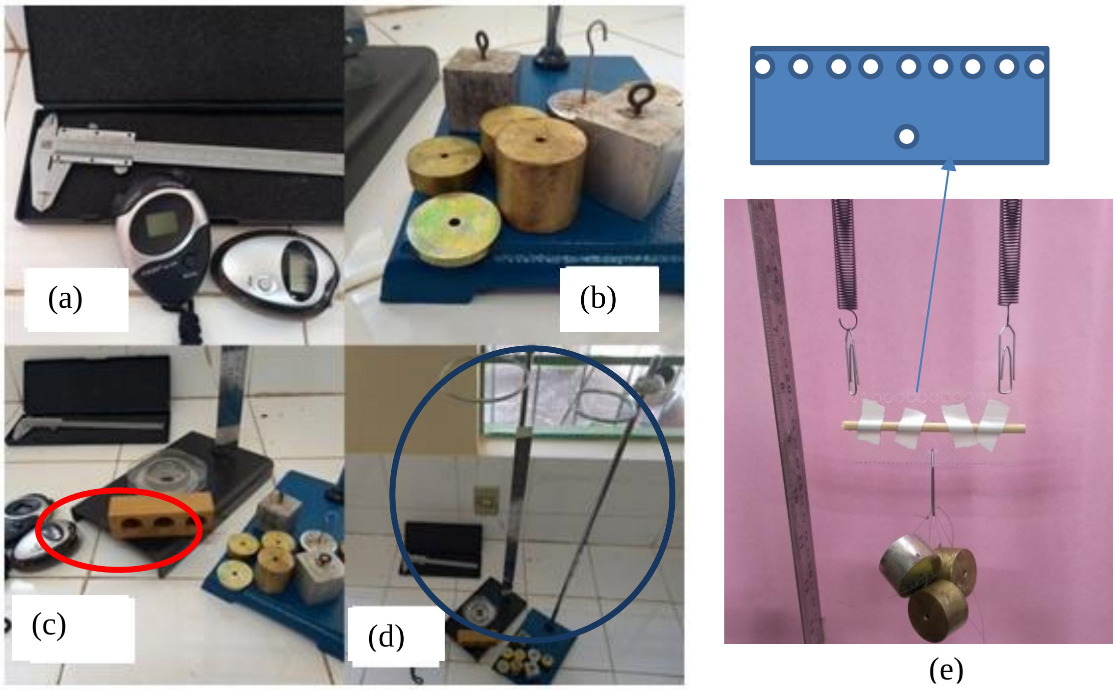


Figura 1.2 - Imagem fotográfica dos materiais incluídos no kit disponibilizado pelo MEC: (a) paquímetro[1] e cronômetros; (b) em destaque as massas com a gramatura gravada, que se encontram apresentadas em (c) e em (d); (c) base lateral para massas circulada em vermelho; (d) circulados em azul: suporte universal com o suporte lateral (arredondado) e régua, (e) em detalhes proposto pelo autor, um suporte para massas opcional ao de madeira (c). FONTE: o autor.

Os *kits* apresentados na Figura 1.1 e 1.2 foram utilizados nos experimentos relacionados à Lei de Hooke. E, para um dos experimentos, os materiais foram levados pelos próprios alunos, sendo materiais de fácil acesso, sendo esses:

- Recipiente com tampa (como por exemplo: lata vazia de leite em pó ou achocolatado, frasco de plástico de maionese);
- Parafuso com porca (ou bateria de 9 V usada, ou duas pilhas AA usadas);
- Elástico de dinheiro e/ou uma mola helicoidal;
- Prego;
- Martelo e/ou um alicate
- Palito de fósforo ou Clps, ou palito de sorvete.

[1]Utilizado pelo docente para verificar as dimensões da mola. Como fazer o uso do paquímetro: consultar referência *[MukFer18]*.

1.2 Roteiros Experimentais

Para que haja mais clareza os experimentos pertencentes a esta sequência didática são:

- **Exp. 01** - Determinação da constante elástica de uma mola utilizando o método estático;
- **Exp. 02** - Determinação da constante elástica de uma mola utilizando o método dinâmico;
- **Exp. 03** - Determinação da constante elástica da mola utilizando a associação de molas em série e em paralelo;
- **Exp. 04** - Conservação de energia em materiais elásticos: o curioso caso da "lata energética".

Os procedimentos experimentais selecionados para esta SD justificam-se pelo fato dos estudantes possuírem pouco contato com a determinação da constante elástica e a relação desta com um dos princípios fundamentais em Física: o princípio de conservação da energia mecânica durante a etapa de ensino médio. A seguir apresentamos os roteiros experimentais utilizados.

Quadro 1 - Roteiro experimental 01 (Exp. 01) - Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal - método estático. FONTE: o autor.

Exp. 01 - DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE ELÁSTICA DE UMA MOLA HELICOIDAL – MÉTODO ESTÁTICO
Objetivos: Verificar a lei de Hooke e determinar a constante elástica de uma mola helicoidal utilizando o método estático. **Materiais Utilizados:** 01 suporte universal; 01 haste vertical; 01 balança digital com aferição em gramas; 01 fixador metálico para pendurar a mola (suporte lateral); 01 régua de 30 cm;

01 fita adesiva;

01 tesoura sem ponta;

01 mola helicoidal (sugestão: mola com 1,5 cm de diâmetro e 15,00 cm de comprimento do kit de mecânica);

01 conjunto de massas de 20g cada (gramatura sugerida).

1 m de Fio de algodão ou de nylon.

Procedimento Experimental:

1. Montar os materiais necessários para o experimento conforme a Figura 1.3 (a). Utilize a fita adesiva para prender a régua de 30 cm na lateral da haste vertical (itens (5) e (2), respectivamente na Figura 1.3). Em (b) o destaque a altura para fixar a régua: a extremidade da mola deve estar alinhada na posição 0,00 cm da régua.

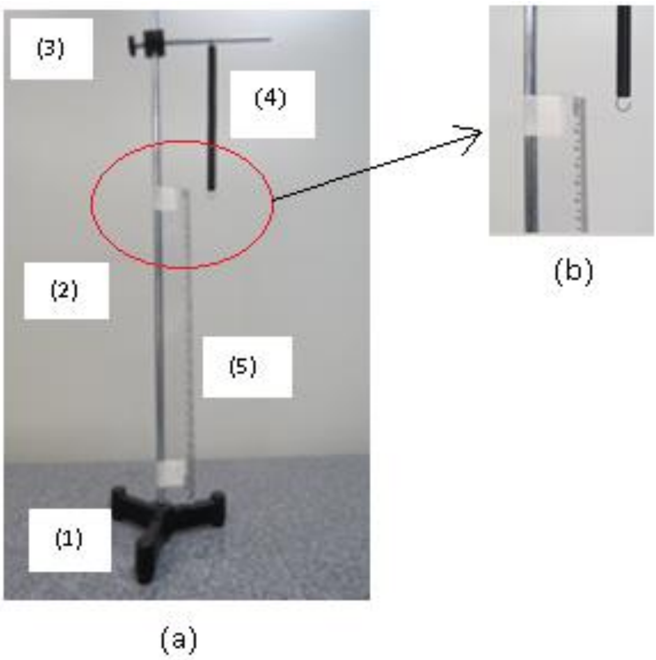


Figura 1.3 - (a) Foto da montagem inicial para determinação da constante elástica da mola A. Em que: (1) Base da haste; (2) Haste do suporte; (3) suporte lateral; (4) mola helicoidal; (5) régua. Em destaque (b) a indicação da posição do comprimento inicial da mola *A*, L_0 = 0,00 cm. FONTE: o autor.

2. Posicionar a extremidade inferior na mola *A* em L_0= 0,00 cm, conforme a Figura 1.3 (b).
3. Meça a massa individual ou de cada conjunto (sugestão: iniciar com 60 g + suporte para massas). Se as massas são de valores não conhecidos, ou se utilizar um suporte cujo valor da massa não possa

ser desprezado (oposto a de um pedaço de fio de nylon que é desprezível) utilizar os valores do conjunto suspenso após realizar a aferição das mesmas em uma balança digital. Anote os dados das massas na Tabela 1.1; Caso a massa não tenha um gancho e seja vazado, utilize o fio de algodão ou de nylon como suporte para a massa, pegue um pedaço do fio, passe-o pelo orifício central da massa e de um nó em ambas as extremidades do fio (Figura 1.4 (a)) de forma que a mesma possa ser fixada no gancho existente na extremidade da mola. Repita para as demais massas o mesmo procedimento. Se necessário una duas massas (Figura 1.4 (b)) pelo fio, formando 4 conjuntos de massas separados.

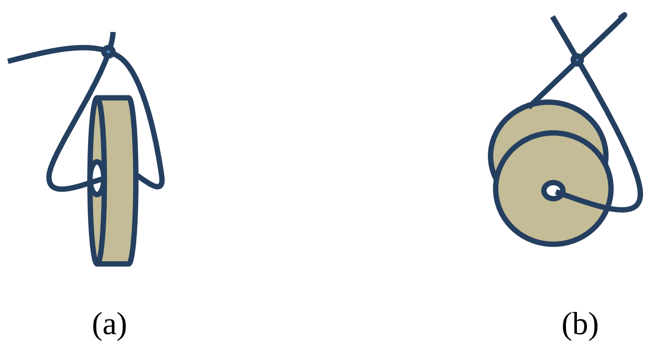


Figura 1.4 - Desenhos ilustrativos de como utilizar o fio de algodão ou de nylon como um suporte para massas: (a) uma única massa e em (b) visão frontal de mais de uma massa (no caso duas massas). FONTE: o autor.

4. Determine a força peso do conjunto, por meio da equação: $P = mg$, adotando $g = 980cm/s^2$, anotando o valor obtido na Tabela 1.1, na coluna: $F(N) = P$;
5. Prenda o conjunto (60 g (massas aferidas) + suporte para massas) na extremidade da mola;
6. Verifique a distensão $\Delta L = L - L_0$ sofrida pela mola, anotando o valor obtido na Tabela 1.1 (coluna ΔL (cm));
7. Retire o conjunto (60 g (massas aferidas) + suporte para massas) e verificar se a mola volta para a posição inicial $L_0 = 0{,}00$ cm.
8. Retorne o conjunto de massas na extremidade da mola e acrescente novas massas (sugestão 20 g) ao gancho suporte (pode ser um *clips*) repetindo os passos 2 a 8 completando a Tabela 1.1.

9. Calcule a constante elástica por meio da Equação [A12]: $k = \frac{F=P}{\Delta L}$, preenchendo a Tabela 1.1, calcule a média aritmética simples da constante elástica;

Observação: Manteve-se o deslocamento como ΔL, pois caso não utilizem $L_o = 0{,}00\ cm$, basta subtrair o valor que a massa deslocou, L, do valor de L_o.

Tabela 1.1 - Dados para determinação da constante elástica da mola: massa (g) são os valores das massas individuais a ser colocada no suporte para pendurar na mola; m_T(g) é a massa total formada pelas massas individuais mais seu suporte; P a força peso do conjunto suspenso, ΔL (cm) o deslocamento causada para cada conjunto suspenso na mola, e k (dinas/cm) a constante elástica da mola a ser determinada. As massas escolhidas são sugestões. FONTE: o autor.

	Massa (g)	**Massa Total m_T(g)**	***F* (din) = *P* = $m_T g$**	**ΔL(cm)**	**$k = \frac{F=P}{\Delta L}$ (dinas/cm)**
1	60				
2	80				
3	100				
4	120				
5	140				
	Média aritmética da constante elástica (*k*) da mola				
	Massa do Gancho:_____________g (se utilizar).				

Quadro 1.2 - Roteiro experimental 02 (Exp. 02) - Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal - método dinâmico. FONTE: o autor.

EXP. 02 - DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE ELÁSTICA DE UMA MOLA HELICOIDAL – MÉTODO DINÂMICO

Objetivos:

Verificar a lei de Hooke e determinar a constante elástica de uma mola helicoidal utilizando-se de movimentos oscilatórios.

Materiais Utilizados:

01 suporte universal;

01 haste vertical;

01 balança digital com aferição em gramas;

01 fixador metálico para pendurar a mola (suporte lateral);

01 régua de 30 cm;

01 fita adesiva;

01 tesoura sem ponta;

01 mola helicoidal (a mesma utilizada n Exp. 01);

01 conjunto de massas de 20g cada (sugestão: utilize as massas do Exp. 01, 20g cada, o ideal é utilizar uma quantidade total em que o movimento oscilatório permita uma boa aferição do tempo – faça testes para ver qual o melhor - esse valor permanecerá fixo).

01 suporte de massas ou utilizar o fio de algodão ou de nylon como suporte para as massas, conforme indicado na Figura 1.4;

01 cronômetro.

Procedimento Experimental:

1. Monte o sistema experimental, utilizando o suporte universal e prendendo com fita adesiva a régua de 30 cm na lateral da haste vertical, como apresentado na Figura 1.3 (a).
2. Posicione a extremidade inferior na mola A em L_0 = 0,00 cm (Figura 1.3 (b)).
3. Meça a massa do conjunto (massa + suporte para massas anote na Tabela 1.2); Para facilitar utilize as mesmas massas do Exp. 1 para formar o conjunto utilizado. Caso vá executar somente este experimento, prepare as massas conforme indicado na Figura 1.2.
4. Suspenda o conjunto (massa + suporte para massas) na extremidade da mola;
5. Puxe ou eleve (observe na régua o quanto foi alongada ou elevada, para que possa liberar sempre do mesmo ponto) manualmente a(s) massa(s) no sentido vertical tal que saia da posição de equilíbrio, solte o conjunto de massas e simultaneamente acione o cronômetro que deve estar zerado. Cronometre o tempo total para realizar três oscilações completas (1 oscilação completa = 1 período (T) = o processo ida e volta);
6. Para a mesma massa repita 10 vezes o processo do item 5.Lembre-se de zerar o cronômetro a cada tomada de tempo.
7. Determine o valor do período, *T*, de oscilação do sistema a partir

dos valores médios dos tempos (tempo total dividido pelo número de oscilações – nesse caso, três). Após, divida pelo número de repetições (no caso 10) para obter o valor do período médio. Anote os valores na (tempo total dividido pelo número de oscilações – nesse caso, três). Após, divida pelo número de repetições (no caso 10) para obter o valor do período médio. Anote os valores na Tabela 1.2.

Tabela 1.2: Tempos medidos e período médio para três oscilações completas, repetindo-se dez vezes o processo. FONTE: o autor

Processo (medida)	Tempo total medido (s)	Período médio (s)
01		
02		
03		
04		
05		
06		
07		
08		
09		
10		
Tempo de 01 Período das 10 repetições(T_m (s))		
Massa total suspensa (m(g))		

8. Para a determinação da constante elástica da mola helicoidal utilizada, remetemos à Equação [A.20]. Considerar $\pi = 3{,}14$. Usar o período médio (T_m) em T da Equação [A.20]: $k_{din.} = \frac{4\,\pi^2 m}{T^2}$.

Quadro 3 - Roteiro experimental 03 (Exp. 03) - Determinação da constante elástica da mola helicoidal de forma dinâmica utilizando a associação de molas em série e em paralelo. FONTE: o autor.

EXP. 03 - DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE ELÁSTICA DE UMA MOLA UTILIZANDO A ASSOCIAÇÃO DE MOLAS EM SÉRIE E EM PARALELO.

Objetivos:

Verificar a lei de Hooke e determinar a constante elástica de duas molas helicoidais utilizando-se de configurações de associação de molas: série e paralelo.

Materiais Utilizados:

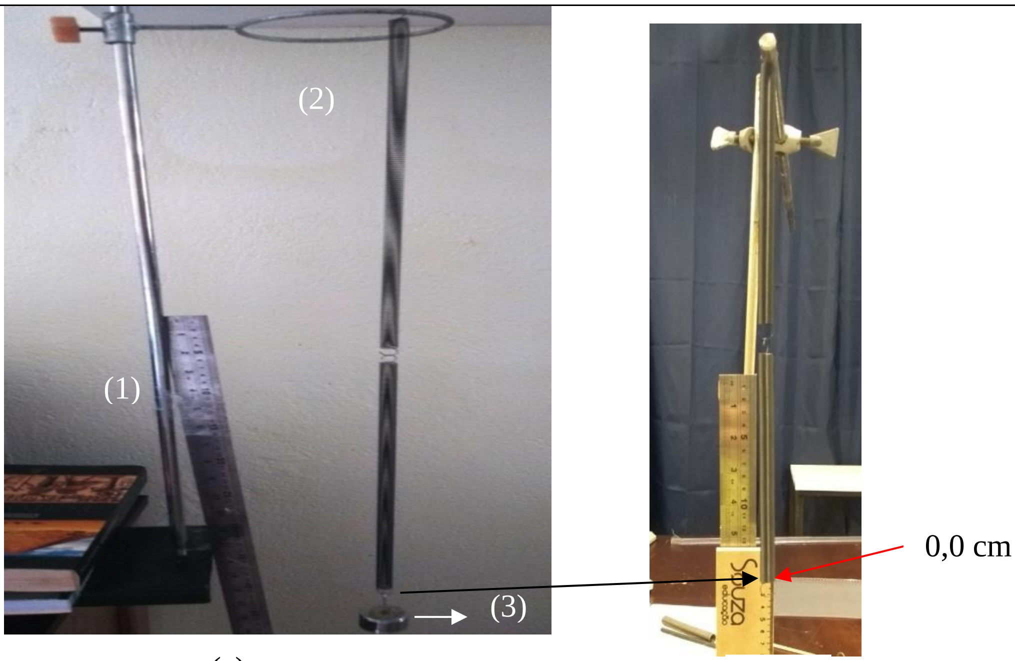
01 suporte universal;
01 haste vertical (presa ao suporte universal);
01 balança digital com medida em gramas;
01 fixador metálico para pendurar a mola (Suporte lateral/horizontal);
01 régua de 100 cm;
01 fita adesiva;
02 molas helicoidais de mesmo comprimento e diâmetro (sugestão: duas molas iguais a utilizada no Exp. 01);
01 conjunto contendo 07 a 08 massas aferidas com 20g cada (utilizar as mesmas massas do Exp. 01);
01 Suporte de massas ou utilizar o fio de algodão ou de nylon como suporte para as massas conforme indicado na Figura 1.4;

Procedimento Experimental:

Seguem-se a forma de execução do experimento da forma estática e dinâmica, para as associações em série (seção 3.1) e em paralelo (seção 3.2).

- **Associação em série**

1. Monte o sistema experimental da Figura 1.5, utilizando o suporte universal e prendendo com fita adesiva a régua de 100 cm na lateral da haste vertical (É a mesma montagem apresentada na Figura 1.3, somente posicionando a origem da régua na extremidade livre da mola inferior, pois as molas estão associadas em série, se necessário adote uma a régua mais longa);
2. Associe as molas em série (Figura 1.5 (a) ou (b)) e a massa *m* no gancho da mola suspensa no suporte lateral, conforme ilustrado na Figura 1.5 (a (2)) e (b).



(a) (b)

Figura 1.5 - Imagem fotográfica da montagem experimental, para duas molas associadas em série. Em (a (1)) o suporte universal apoiada na extremidade de uma mesa e fixada por meio de livros apoiadas sobre a mesma, desconsiderar a régua apoiada no suporte; (a(2)) suporte lateral (no caso, uma argola metálica) a qual uma das extremidades do sistema fica pendurado; (a(3)) massa *m* aferida suspensa na mola. (b) indicando a última espiral da mola na posição 0,00 cm da régua de madeira (utilizada por ser mais longa em relação a de metal) . FONTE: o autor.

- **Método Estático:**

3. Utilize a mesma sequência de massas já selecionadas, enumeradas e aferidas no Exp. 01, anote seus valores na sequência na Tabela 1.3 – parte estática;

4. Na sequência da enumeração, suspenda a massa 1 na mola inferior, e anote o deslocamento $(\Delta L\ (cm))$ provocado pela massa no sentido vertical na Tabela 1.3.

5. Acrescente a massa 2, e repita o item 4;

6. Repita o item 5, para as demais massas;

- **Dinâmico:**

7. Escolha um conjunto de massa, sugestão utilizar o conjunto da parte dinâmica de 1 mola (Exp. 02) afira e anote sua massa m_T na Tabela 1.3. Caso vá executar somente este experimento, prepare as massas conforme indicado na Figura 1.3 (c).

8. Suspenda ou puxe a massa suspensa (anotar na régua o quanto foi

alongada, para liberar sempre do mesmo ponto) e ao liberar acione no mesmo instante o cronômetro, conte 3 oscilações completas, e trave o cronômetro. Anote o resultado do tempo, zere o cronometro e repita por mais 5 vezes. Caso a mola se mova no suporte, fixe-a com fita adesiva de forma que não atrapalhe o movimento oscilatório;

Tabela 1.3 – Dados: (a) método estático - do deslocamento para cada conjunto de massas suspensas a respectiva força peso e casa constante Elástica e sua média. (b) método dinâmico: tempo total (t) em segundos, de 3 períodos de oscilações determinados na associação em série de duas molas helicoidais. Em que a massa é uma massa *m* suspensa de valor fixo em gramas, Período médio do tempo de 3 oscilações e a média das 5 repetições. FONTE: o autor.

Estático				**Dinâmico**			
Massa(g)	**Peso (dinas)**	$\Delta L(cm)$	$\boldsymbol{k}\ (\frac{dyn}{cm})$	**Massa (g)**	***Medida***	***Tempo total (t) de 3 oscilações completas em segundos***	**Período de oscilação (s)** $T = \frac{t}{3}$
					1		
					2		
					3		
					4		
					5		
						$T_{médio}$(s)	
$\boldsymbol{k_m}\ (\frac{dyn}{cm})$						$\boldsymbol{k_{din}}(\frac{dyn}{cm})$	

9. Para comparar os resultados, determinar a constante elástica da série k_s, utilizando a Equação:

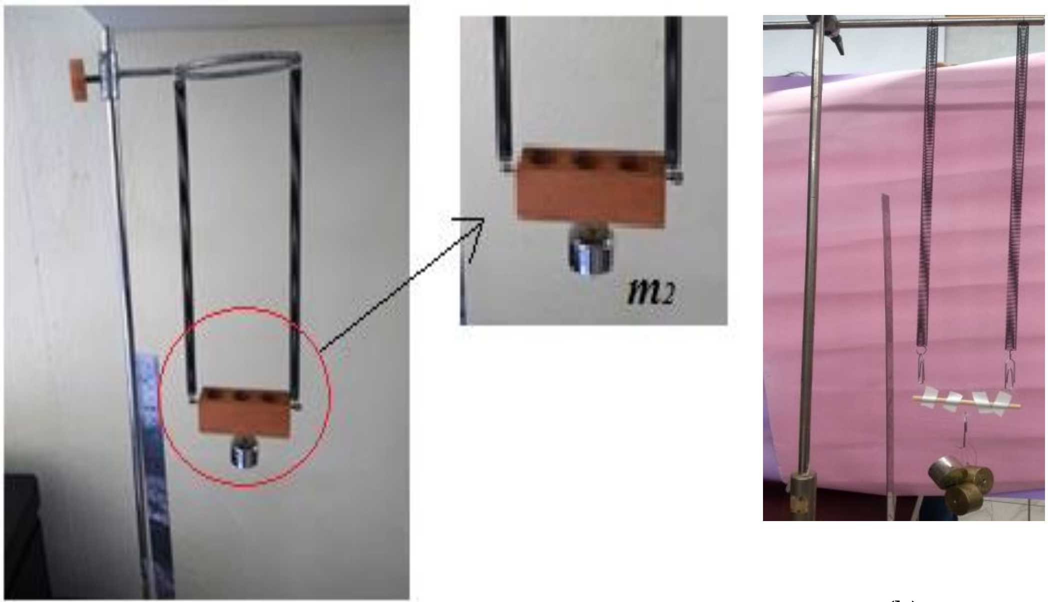
$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_{s.}} \ .$$

Usando as constantes elásticas $k_1\ e\ k_2$ obtidas no Exp.01- método estático (lembre-se que as molas são iguais), e compare os resultados obtidos.

- **Associação em Paralelo**

1. Para a associação das molas em paralelo, monte o sistema experimental da Figura 1.6, utilizando o suporte universal e prendendo com fita adesiva a régua de 100 cm na lateral da haste vertical (É a mesma montagem apresentada na Figura 1.3 (Exp. 01), posicionando as molas tal que fiquem paralelas uma em relação a outra).
2. Fixe a massa conforme indicado na Figura 1.6 (qualquer uma das duas opções (a) ou (b)), essa deve ficar suspensa de forma equilibrada, ou seja, no ponto médio das duas molas;

<u>Observação:</u> Um sistema optativo para o suporte de massa indicado na Figura 1.6 (a), é o indicado na Figura 1.2 (e), cujo sistema todo montado é o da Figura 1.6 (b). Observando o uso de *clips*, para fixar o suporte nas molas, bem como um terceiro *clips* centralizado na parte inferior para pendurar as massas.



(a) (b)

Figura 1.6 - Imagem fotográfica de duas molas associadas em paralelo no Exp. 03. (a) com o suporte de madeira do kit da instituição, em destaque, e em (b) o mesmo sistema, mas utilizando um suporte lateral em barra (fixar a extremidade da mola com fita adesiva) e o suporte de massas confeccionado pelo autor (Figura 1.2 (e)). FONTE: o Autor.

- **Método Estático**

3. Utilize a mesma sequência de massas já selecionadas, enumeradas e aferidas no Exp. 01, anote seus valores na sequência na Tabela 1.4 – parte

estática;

4. Na sequência da enumeração, suspenda a 1ª massa na mola inferior, e anote o deslocamento provocado pela massa no sentido vertical.
5. Repita o item 3) para as demais massas, acrescidas uma a uma e medindo o deslocamento $(\Delta \mathrm{L}\ (\mathrm{cm}))$ ocorridos por cada conjunto suspenso; Anote os dados na Tabela 1.4.

- **Método Dinâmico**

6. Escolha um conjunto de massa, sugestão utilizar o conjunto da parte dinâmica de 1 mola (Exp. 02) aferir e anotar sua massa *m (g) na Tabela 1.4.;*
7. Fixe a massa conforme indicado na Figura 1.4, essa deve ficar suspensa de forma equilibrada, ou seja, no ponto médio das duas molas;
8. Eleve ou puxe na vertical o sistema suspenso pelo seu ponto médio e liberar a massa m_T (observe essa altura na régua para liberar sempre do mesmo ponto). Acione simultaneamente o cronômetro e trave quando contar 3 oscilações completas; Evite deslocar o sistema para os lados gerando movimentos aleatórios no sistema oscilante. Anote os dados na Tabela 1.4.
9. Zere o cronômetro a cada tomada de tempo;
10. Repita os itens 7 e 8 por mais cinco vezes, completando a Tabela 1.4.

Tabela 1.4 – Períodos de oscilações determinados na associação em paralelo de duas molas helicoidais. Dados (a) parte estática do deslocamento para cada conjunto de massas suspensas e (b) parte dinâmica: tempo total (t) em segundos, de 3 períodos de oscilações determinados na associação em série de duas molas helicoidais. Em que a massa é uma massa *m* suspensa de valor fixo em gramas, Período médio do tempo de 3 oscilações e a média das 5 repetições. FONTE: o autor.

Estático				**Dinâmico**			
Massa(g)	**Peso (dinas)**	$\Delta L(cm)$	**k (dyn/cm)**	**Massa (g)**	***Medida***	***Tempo total (t) de 3 oscilações completas em segundos***	**Período de oscilação (s)** $T = \frac{t}{3}$
					1		
					2		

					3		
					4		
					5		
						$T_{médio}$(s)	
$\boldsymbol{k_m}$ $(\frac{\boldsymbol{dyn}}{\boldsymbol{cm}})$						$\boldsymbol{k_{din}}$ $(\frac{\boldsymbol{dyn}}{\boldsymbol{cm}})$	

11. Determine a constante elástica da associação em paralelo, utilizando a Equação [A.20]: $k_s = \frac{k_1+k_2}{k_1 k_2}$;
12. Determine a constante elástica utilizando a Equação [A.8 b]: $k_p = k_1 + k_2$, com os dados das constantes elástica de cada mola obtidas pelo método estático (Exp. 01), lembrando que as molas são iguais ou devem ser iguais, no caso do experimento.

União dos dados dos Experimentos 1, 2 e 3:

- **Método Estático**

Complete a Tabela 1.5 a partir da repetição dos procedimentos listados. Da parte 1, 2 e 3 estática.

Tabela 1.5 – Dados da massa suspensa (M(g)), sua força peso (P(dyn)) aferidos os deslocamentos (ΔL) - método estático dos experimentos 1, 2 e 3. FONTE: o autor.

		1 mola	**Molas em série**	**Molas em paralelo**
Massa (g)	**Força Peso (dinas)**	$\Delta L\ (cm)$	$\Delta L\ (cm)$	$\Delta L\ (cm)$

- **Método dinâmico**

Do Exp. 02, transfira o dado do período médio da Tabela 1.2 e coloque na Tabela 1.6. E, faça o mesmo com os dados do Exp. 03 da parte dinâmica, com os resultados da constante dinâmica obtida experimentalmente por meio da Equação: $k_{din.}=\frac{4\pi^2 m}{T^2}$. Anote também os resultados obtidos para a constante elástica equivalente da associação em série e em paralelo. Bem como o desvio percentual em relação ao valor experimental de valor mais próximo ao "real".

Tabela 1.6 - Dados do período médio de 3 oscilações das Tabelas: 1.2, 1.3 e 1.4, obtidos da realização dos Experimentos 02 e 03 por meio do período médio e da massa oscilante e das equações que depende somente das constantes elásticas das molas, considerando as molas iguais. Apresentam-se também o desvio percentual. FONTE: o autor.

	Massa (g) utilizada	01 mola – Experimento 02	Associação em série – Exp. 03	Associação em paralelo – Exp. 03
$T_m(s)$				
$k_{dinâmico}\ (\frac{dyn}{cm})$				
$k_s\ (\frac{dyn}{cm})$				
$k_p\ (\frac{dyn}{cm})$				
D(%)				

Quadro 4 - Roteiro experimental 04 (Exp. 04) - Conservação da Energia em materiais deformáveis - o curioso caso da "lata energética" a partir do armazenamento de energia potencial.

Experimento 04 (Exp. 04) - Conservação Energia em materiais deformáveis – O curioso caso da "lata energética" a partir do armazenamento de energia potencial.

Objetivo:

Construir um sistema de armazenamento de energia potencial.

Materiais Utilizados:

01 recipiente (lata ou um frasco de plástico tipo maionese vazio);

01 elástico do tipo chato contendo 5 mm de largura e 40 cm de comprimento;

01 mola helicoidal;

01 parafuso grosso com porca (tipo: 1/4 x 7/8 polegadas - 1 polegada (in) = 2,54 cm.);

02 palitos de fósforo;

03 pregos com cabeça (tipo: 17 x 21 polegadas);

01 martelo;

01 alicate.

Procedimento experimental:

1. Faça um furo centralizado, com o prego e o martelo, bem no meio da tampa do recipiente (lata ou frasco). Se necessário, aqueça a ponta do prego (segure o mesmo com um alicate) utilizando a chama de um fogão, ou leve o recipiente furado. (CUIDADO: faça esse procedimento com o auxílio de um adulto!).
2. Faça um segundo furo centralizado, agora no fundo do recipiente utilizando o prego e o martelo. Se for um recipiente de plástico utilize a mesma técnica de aquecer o do item 1, e fure o fundo do recipiente e sua tampa. Cuidado para não tocar no prego caso o aqueça;
3. Rosqueie a porca até a cabeça do parafuso.
4. Faça um nó no elástico e prender o mesmo entre o parafuso e a porca. Observe que o parafuso deve ficar no ponto médio no sentido mais longo do frasco, conforme indica a Figura 1.7.
5. Passe uma extremidade do elástico pelo furo, mantendo a outra extremidade do lado de fora da tampa preso com um palito. Passe a outra extremidade do elástico pelo outro furo, localizado no fundo do recipiente prendendo com outro palito (Figura 1.7). O recipiente deve estar bem fechado pelo elástico, ficando o parafuso e a porca na sua parte interna.

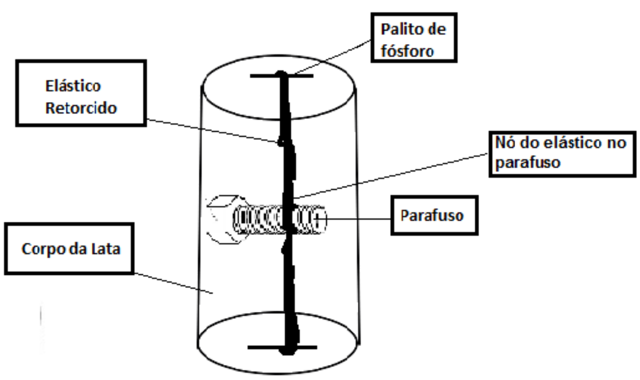


Figura 1.7 - Desenho ilustrativo da montagem da “lata energética”. FONTE: o autor.

6. Balance o recipiente de forma que o parafuso gire o elástico.
7. Coloque a lata/recipiente em uma superfície plana e observe o que ocorre.
8. Repita o procedimento 6 e colocar a “lata energética” em uma superfície que contenha uma pequena inclinação e observar o que acontece.
9. Substitua o conjunto elástico + parafuso por uma mola helicoidal e prendê-la nos furos contidos na lata com o auxílio de um prego (17 x 21). Utilize o alicate para ter mais precisão no momento em que for amarrar as extremidades da mola aos pregos.
10. Rosqueie um dos pregos da “lata energética” ao qual a mola está fixa e posicionar a lata/recipiente em uma superfície plana e impulsioná-la de modo que a mesma role.
11. Observe e discuta sobre o que acontece.

<u>Observação:</u> o passo 6, pode ser substituído dando um impulso na lata fazendo-a rolar na superfície.

2. Estrutura das Aulas

Toda aula deve antes de ser ministrada deve ser estruturada. A sequência didática aqui apresentada foi de acordo com as concepções de Antoni Zabala [Zab98] e a Teoria de aprendizagem utilizada a Teoria de Aprendizagem Significativa de David Ausubel (Mor99].

2.1 A sequência didática

O desenvolvimento da SD foi direcionado aos estudantes da Primeira Série do Ensino Médio de instituições públicas na qual realizaram medidas estáticas e dinâmicas com molas objetivando, inicialmente, a determinação da constante elástica das mesmas a partir de análises gráficas. Posteriormente, se buscou a correlação dos resultados experimentais com o conceito de conservação de energia mecânica.

A utilização de uma sequência didática sobre a Lei de Hooke e a conservação de energia mecânica – entre a energia potencial elástica e gravitacional acumulada em molas helicoidais em outra forma de energia, no caso energia cinética, evidencia-se no currículo para o Ensino Médio proposto pelas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná para a componente curricular Física, além da utilização dos materiais, até então “parados” no laboratório do colégio.

A elaboração desta sequência didática esteve em consonância com o descrito por Zabala (1998) que define esta ação como sendo:

> [...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos ”(ZABALA,1998 - p.18).*[Zab98]*

Nesta perspectiva, podemos ainda dizer que uma sequência didática é uma sucessão de atividades elaboradas contendo questionamentos, experimentos, aulas expositivas, leituras comentadas, atitudes, procedimentos e ações em que os alunos executam uma determinada atividade mediada pelo professor. Estas atividades são elaboradas de modo a aprofundar um determinado conteúdo ou tema a ser estudado e desenvolvido. Podem ser ainda utilizadas as mais variadas estratégias didáticas na execução da SD de modo que os estudantes possam ter aprofundar um determinado tema durante um conjunto[2] de aulas propostas.

Cabe ressaltar que esta SD não é mecânica, ou seja, ela pode ser realizada com adaptações feitas pelo professor. Uma sugestão para a aplicação desta SD seria iniciar a mesma pelo Exp. 04 – Conservação da Energia em materiais deformáveis: o curioso caso da "lata energética".

Nesse caso, a ideia é demonstrar o experimento em questão de maneira investigativa, antes da aplicação de um questionário prévio; instigar a negociação, entre os estudantes, acerca de hipóteses relacionadas ao movimento da lata. O interessante nesta etapa estaria relacionado ao fato dos grupos proporem levantamentos diferentes inerentes ao movimento realizado pela "lata energética".

E, após a realização dos demais experimentos (Exp. 01, 02 e 03) que envolvem o sistema massa-mola, os estudantes poderiam construir suas próprias "latas energéticas", retomando assim, a problematização inicial de forma que os alunos tenham uma visão mais sistêmica dos conteúdos desenvolvidos.

O que pretendemos, de maneira geral e independente da forma de aplicação desta SD, é a relevância de alguns aspectos em sala de aula, tais como: a importância do trabalho em equipe; a negociação de conceitos; o levantamento de hipóteses a partir de uma problematização e, o processo de investigação. Estes aspectos sustentam a aprendizagem significativa definida na próxima seção.

2.2 Teoria de Aprendizagem – Ausubel

Sobre o termo *aprendizagem significativa*, temos a seguinte definição proposta por Ausubel:

> A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos ou preposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz. [...] O armazenamento de informações no cérebro humano como sendo organizado, formando uma hierarquia conceitual, na

[2] Este conjunto de aulas dependerá da quantidade de aulas que o professor considere relevante para desenvolver um determinado tema. Os aprofundamentos, bem como, as estratégias a serem utilizadas pelo professor devem estar em consonância com o proposto para cada ano/série nos currículos norteadores.

> qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos. (MOREIRA, 1999 – p.161). *[Mor99]*

David Paul Ausubel (1918-2008) fora um dos maiores psicólogos norte americano tendo sofrido desvalorização de seu trabalho por educadores por ter descendência judaica. As ideias behavioristas predominavam até a apresentação de sua teoria em 1963 tendo como principais propostas a mudança de paradigmas e concepções pelos estudantes. *[Mor99]* Para Ausubel, aprender significativamente é ampliar e reconfigurar ideias já existentes na estrutura mental. *[Nova Escola – 2016]*

Neste trabalho, optamos pela aplicação de questionários prévios e pós-aplicações contendo questões dissertativas e não objetivas (contendo alternativas de múltipla escolha) baseando-se justamente na proposta de uma aprendizagem significativa, uma vez que a análise consistiu no que fora produzido pelos estudantes durante a realização da sequência didática (SD) proposta.

Desta forma, foi possível realizar uma pesquisa mais minuciosa que levasse em conta a produção escrita dos estudantes, bem como a comparação dos questionários prévios e pós-realizações dos experimentos.

De acordo com Ausubel, as concepções prévias dos estudantes devem ser levadas em consideração como ponto de partida uma vez que estes devem nortear o trabalho desenvolvido e sua reconfiguração na chamada estrutura cognitiva[2].

Ainda de acordo com a teoria proposta por Ausubel um fator isolado de aprendizagem está relacionado com o conhecimento que o aluno já sabe acerca de um determinado conceito ou conteúdo cabendo ao professor identificar e ensinar de acordo com essas concepções prévias oriundas destes indivíduos. Partindo desta concepção é cabível que:

> [...] o uso de *organizadores prévios* sirvam de âncora para a nova aprendizagem e levem ao desenvolvimento de conceitos subsunçores[3] que facilitem a aprendizagem subsequente. O uso de organizadores prévios é uma estratégia proposta por Ausubel para, deliberadamente, manipular a estrutura cognitiva, a fim de facilitar a aprendizagem significativa. Organizadores prévios são materiais introdutórios apresentados antes do material a ser aprendido em si. (Moreira, 1999 – p. 163). *[Mor99]*

[2]Ausubel define como estrutura cognitiva a estrutura hierárquica de conceitos que são representações de experiências sensoriais do indivíduo. (Moreira, 1999 – p.161).
[3]Conceitos e preposições estáveis no indivíduo. Em outras palavras, são as “pontes” para novas aprendizagens.

E, esses são os pontos principais que nortearam didaticamente a elaboração desta SD.

Na próxima seção apresenta-se a Ficha Técnica da SD

2.3 Fichas técnica da SD do Produto Educacional

Apresentamos no Quadro 2.1, a “Ficha Técnica” acerca desta sequência didática no intuito de facilitar e deixar mais claro o entendimento deste produto educacional e de sua aplicação junto aos estudantes. Esta ficha contém a descrição dos questionários aplicados aos estudantes, bem como, relaciona os experimentos utilizados na sequência didática proposta. O Quadro 2.2, apresenta um cronograma programático que serve como orientação para o professor desenvolver a série de experimentos a serem realizadas.

Quadro 2.1 - Cronograma programático para orientação na aplicação da sequência didática. FONTE: o autor.

TEMA - Lei de Hooke e Conservação de Energia	
CRONOGRAMA DE APLICAÇÃO	
ESCOLA: ____________ **MUNICÍPIO:** ____________ **PROFESSOR REGENTE:** ____________ **PÚBLICO ALVO:** ____________ **COMPONENTE CURRICULAR:** ____________	
CONTEÚDOS	**Conceituais:** -Lei de Hooke: Força elástica; -Constante elástica de uma mola: método estático e dinâmico; -Princípio da Conservação de energia mecânica. **Procedimentais** -Medições da constante elástica de uma mola helicoidal utilizando-se de métodos diferentes. -Confecção, leitura e interpretação de gráficos e tabelas. -Relação do Princípio de Conservação de Energia Mecânica com a Lei de Hooke e outros sistemas elásticos, por meio de uma sequência didática.

	Atitudinais: -Proporcionar e estimular o trabalho em grupo. -Inserir momentos de cooperação entre os estudantes nos momentos de realização das atividades práticas. -Estabelecer meios nos quais os estudantes possam sentir-se estimulados a desenvolver os conteúdos da Física.
OBJETIVOS	- Determinação da constante elástica da mola em diferentes configurações por dois métodos: estático e dinâmico; - Aplicar a lei de Hooke. - Desenvolver atividades práticas com *kits* de materiais que a escola já possui. - Realizar interpretação física e matemática em sistemas massa-mola. - Proporcionar o trabalho em grupo, coorporativo. - Desenvolver a expressão oral e escrita dos estudantes. - Realizar experimentação com sistema massa-mola e em um elástico contorcido e verificar a conservação de energia em tal sistema de modo a entender energia como entidade física que pode se manifestar de diversas formas e, no caso da energia mecânica, em energias cinética, potencial elástica e gravitacional.
AVALIAÇÃO	-Interpretação física e matemática acerca dos experimentos realizados com sistema massa-mola e a transformação de energia potencial elástica em energia cinética de uma forma lúdica, visando à aprendizagem significativa de D. Ausubel a partir da análise dos questionários respondidos pelos alunos. - Impressão registrada pelo docente, durante e após a aplicação do PE em relação à reação atitudinais dos alunos.

Para a aplicação da SD, conforme a Ficha Técnica apresentada no Quadro 2.1, as aulas foram distribuídas conforme cronograma apresentado no Quadro 2.2.

Nesse também contêm uma proposta contendo as respectivas atividades para cada aula. Sendo cada uma das aulas de 50 minutos. Incluiu-se também a atividade docente, em que o docente utilizará para analisar as informações adquiridas durante as aulas e seguir com a aplicação da SD. Fato esse importante para o processo ensino-aprendizagem. Pois ao ir analisando cada etapa é possível reestruturar se necessário for.

Esclarecendo que o docente pode escolher quais partes quer trabalhar com os alunos, os Experimentos são independentes entre si. Dando também a liberdade de forma que possam relacionar uns aos outros, como o aqui proposto em relacionar os resultados obtidos dos Exp. 02 e 03, para uma interpretação via equação e/ou gráficos.

Quadro 2.2 – Cronograma de Aplicação da SD. Em que QPr se refere ao questionário prévio e QPo ao questionário pós aplicação dos experimentos. FONTE: o autor.

CRONOGRAMA DE APLICAÇÃO DA SD		
Data	**ATIVIDADE DESENVOLVIDA**	**Nº de aulas[3]**
	Determinação da constante elástica da mola – modo estático: **Concepções prévias** dos estudantes. Aplicação de questionário descritivo (**QPr1**).	02 horas/aulas.
	Determinação da constante elástica da mola – método estático: **Realização do Exp. 01** conforme roteiro contido no PE. Aplicação de questionário acerca do experimento (**QPr1**).	04 horas/aulas.
	Análise das concepções prévias (QPr1) e comparação das mesmas com o questionário aplicado após a realização do experimento (QPo1), conforme D. Ausubel.	Atividade docente
	Determinação da constante elástica da mola – modo dinâmico: **Concepções prévias** dos estudantes. Aplicação de questionário descritivo (**QPr2)**.	02 horas/aula.
	Determinação da constante elástica da mola – método *dinâmico*: **Realização do Exp. 02**	04 horas/aula.

[3] Considerando a hora-aula de 50 minutos.

	conforme roteiro contido no PE, pela turma da 1ª série *B* Aplicação de questionário acerca do experimento (**QPo2**).	
	Análise das concepções prévias (QPr2) e comparação das mesmas com o questionário aplicado após a realização do experimento (QPo2), conforme D. Ausubel.	Atividade docente
	Associação de molas em série e determinação da constante elástica da mola: Aplicação de questionário com **concepções prévias** para a turma *B* (**QPr3**).	02 horas aulas (aplicado em contraturno)
	Associação *de molas em série* e determinação da constante elástica. **Realização do Exp. 03**, conforme roteiro contido no PE. Aplicação de questionário acerca do experimento (QPo3).	04 horas aulas (aplicado em contraturno)
	Associação de molas *em paralelo* e determinação da constante elástica da mola: Aplicação de questionário com concepções prévias para a turma *B* (**QPr4**).	02 horas aulas (aplicado em contraturno)
	Associação de molas em paralelo e determinação da constante elástica: **Realização do Exp. 03**, conforme roteiro contido no PE. Aplicação de questionário acerca do experimento (**QPo4**).	04 horas aulas (aplicado em contraturno)
	A "*lata energética"* - Armazenamento de energia potencial elástica em molas e conservação de energia mecânica: Aplicação de questionário prévio (**QPr5**).	01 hora aula.
	A "lata energética" - Armazenamento de energia potencial elástica em molas e conservação de energia mecânica: **Realização do Exp. 04** e aplicação do questionário posterior (**QPo5**).	04 horas aulas (aplicado em contraturno)

	Análise das concepções prévias (QPr3, QPr4 e QPr5) e comparação das mesmas com os questionários aplicados após (QPo3, QPo4 e QPo5) a realização dos referidos experimentos, conforme D. Ausubel, que visa uma aprendizagem significativa.	Atividade docente

2.4 Avaliação

Como o objetivo principal do PE utilizado nesta sequência didática é a compreensão dos estudantes sobre um fenômeno físico. Ao utilizarmos a teoria de aprendizagem significativa, proposta por D. Ausubel como suporte avaliativo desta SD, queremos observar os avanços alcançados pelos estudantes no que diz respeito à compreensão do conteúdo físico aplicado. Para que a avaliação fosse o mais coerente possível propomos aos estudantes a resolução de questionários de concepções prévias, que foram aplicados antes da realização dos experimentos propostos na SD.

Além dos questionários, algumas atividades extras, tais como, resolução de cálculos matemáticos relacionando a lei de Hooke, construção de gráficos em papel milimetrado e via programa computacional Microsoft Excel® e resolução de situações problemas, fizeram parte do processo avaliativo embora que não substituísse a significação de conceitos, bem como a construção de novos conhecimentos adquiridos pelos estudantes.

Apresentam-se a seguir os questionários prévios (QPr) e posterior (QPo) a cada execução experimental.

2.4.1 Questionários sobre as concepções prévias (QPr)

Cabe frisar que os questionários de concepções prévias (QPr) foram aplicados um por vez, conforme apresentado no Quadro 2.2, e na sequência apresentada na Figura 2.1.

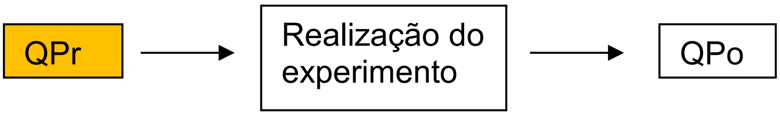


Figura 2.1 - Desenho esquemático indicado o momento em que será aplicado o QPr no contexto da SD. FONTE: o autor

Lembrando que o será um tipo de Interpretação e Análise dos resultados obtidos em cada experimento. Nos Quadros 2.3 a 2.6 apresentam os questionários prévios (QPr) a ser desenvolvidos com o grupo de alunos participantes.

Quadro 2.3 - Questionário 01 de concepções prévias (QPr1) aplicado aos estudantes antes da realização do Exp. 01 - Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal - Lei de Hooke - Método Estático**.** FONTE: o autor.

Questionário 01 - Concepções prévias: Lei de Hooke – método estático.
01. O que você entende por elasticidade? 02. O que você entende por materiais deformáveis? 03. Como você diferenciaria materiais deformáveis de materiais indeformáveis? 04. O que você sabe sobre a Lei de Hooke? 05. O que entende por constante elástica? 06.Como você relacionaria um sistema massa-mola com a conservação de energia?

Quadro 2.4 - Questionário 02 de concepções prévias (QPr2) aplicado aos estudantes antes da realização do Exp. 02: Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal: Lei de Hooke- Método Dinâmico. FONTE: o autor.

Questionário 02 - Concepções prévias: Lei de Hooke – método dinâmico
01. Você acha que seria possível determinar a constante elástica de uma mola usando-se movimentos oscilatórios? 02. Qual a sua definição para movimento oscilatório? 03. De acordo com a etapa I que você realizou, é possível chegar a um mesmo valor de *k* usando-se procedimentos diferentes? 04. De acordo com suas concepções, qual(is) é (são) o(s) principal (is) erro(s) que pode(m) ocorrer na realização da etapa II (caso dinâmico) para determinar a constante elástica de uma mola?

Quadro 2.5 - Este questionário de concepções prévias, Questionário 03 (QPr3), foi aplicado aos estudantes antes da realização do Exp. 03 - Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal: Lei de Hooke - Associação de molas em Série e em Paralelo. FONTE: o autor.

Questionário 03 - Concepções prévias: Lei de Hooke – Associação de molas em série e em paralelo.
01. O que você entende por associação de molas? 02. Você acha ser possível determinar a constante elástica de mais de uma mola por vez? Como? 03. Qual deve ser o valor teórico da constante elástica da associação em série, de acordo com seu raciocínio? (o dobro, a metade ou a raiz quadrada da constante de uma das molas). 04. Qual deve ser o valor teórico da constante elástica da associação em paralelo, de acordo com seu raciocínio? (o dobro, a metade ou a raiz quadrada da constante de uma das molas). 05. Você acha que ao se utilizar mais de uma mola e tentamos determinar sua constante elástica, estamos mais propensos ao erro? Por quê? 06. Como você relacionaria uma associação de molas (em série ou em paralelo) com o princípio de conservação de energia?

Quadro 2.6 - Questionário 04 de concepções prévias (QPr4) aplicado aos estudantes antes da realização do Exp. 04 - Conservação de energia em materiais elásticos: o curioso caso da "lata energética". FONTE: o autor.

Questionário 04 - Concepções prévias - Armazenamento de energia potencial e Conservação de Energia Mecânica – O curioso caso da "lata energética".
01. Você acha ser possível construir um sistema de armazenamento de energia? Como você o faria? 02. Qual a relação entre uma mola helicoidal com um elástico? 03. Como a energia mecânica pode estar associada em um sistema massa-mola? 04. O que você entende por transformação de energia? 05. O que você entende por energia potencial elástica?

2.4.2 Questionários sobre as concepções posteriores (QPo)

Além dos questionários, algumas atividades extras, tais como, resolução de cálculos matemáticos e situações problemas, relacionando a lei de Hooke, confecção de gráficos, em papel milimetrado, e o uso do programa de computador Microsoft Excel ® fazem parte do processo avaliativo embora não substitua a significação de conceitos, bem como a construção de novos conhecimentos adquiridos pelos estudantes.

Os questionários contidos nesta seção foram aplicados aos estudantes após a realização de cada experimento, conforme ilustra o momento de aplicação na Figura 2.2.

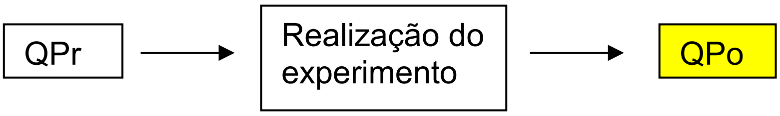


Figura 2.2 - Desenho esquemático indicado o momento em que será aplicado o QPo no contexto da SD. FONTE: o autor

Assim como na etapa de concepções prévias, sugere-se que os estudantes respondam individualmente as perguntas propostas nessa etapa da SD já que a análise necessária é comparativa às respostas dadas previamente pelos alunos.

Ressalta-se que os questionários avaliativos (QPo) apresentados são diferentes se comparados aos de concepções prévias (QPr). Isso se justifica no fato das questões apresentadas possuírem caráter mais técnico em relação aos primeiros questionários. Outro fator importante a se elencar é o fato das questões serem descritivas. Haja a vista que a proposta é analisar as respostas dos estudantes de acordo com a concepção de Ausubel – aprendizagem significativa – optamos por utilizar este tipo de questão, pois permite uma gama maior de tipos de respostas (certas ou não) relacionadas a um determinado fenômeno físico a ser difundido na realização da pesquisa.

Os questionários avaliativos estão dispostos nos Quadros 2.11 ao 2.14. O conteúdo desses quadros é um tipo de interpretação dos dados obtidos por meio dos experimentos para atingir o objetivo que cada experimento propõe.

Quadro 2.11 - Questionário Avaliativo 01 (QPo1) aplicado posteriormente à realização do Experimento 01. FONTE: o autor.

QPo1 - Lei de Hooke – caso estático.
a) O que aconteceu com os valores de ΔL, à medida que F aumentou? b) Confeccione numa folha de papel milimetrado (Figura 2.3) o gráfico da força F

em função do deslocamento ΔL, causada por essa força.

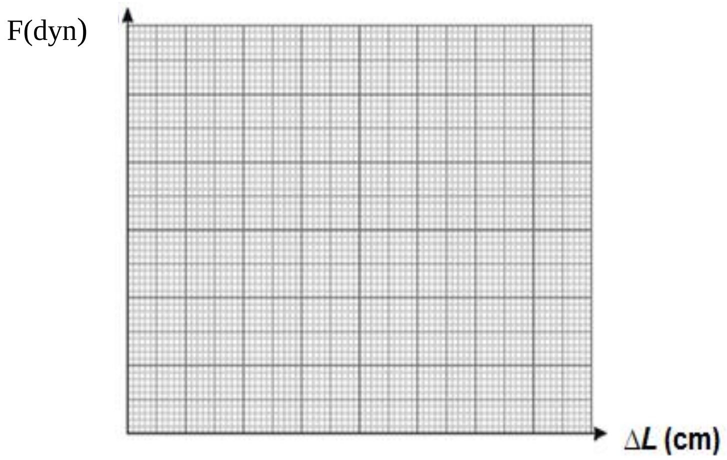


Figura 2.3 - Gráfico da força ($F = P$) em dinas (dyn) versus a variação de distensão da mola (ΔL) medida em centímetros (cm). FONTE: o autor.

c) Qual é a relação existente entre F e ΔL?

d) Sendo uma relação linear entre F e ΔL, trace uma reta média entre os pontos experimentais obtidos e determine o coeficiente angular dessa reta com suas respectivas unidades.

e) Sendo uma relação linear entre F e ΔL, trace uma reta média entre os pontos experimentais obtidos e determine o coeficiente linear dessa reta.

f) Qual é o significado físico dos coeficientes angular e linear obtidos nos itens "*d*" e "*e*"?

g) A mola ultrapassou o limite de elasticidade? O que seria esse limite de elasticidade?

h) Os resultados obtidos comprovam a lei de Hooke? Em caso afirmativo, enuncie a lei.

Quadro 2.11 - Questionário Avaliativo 02 (QPo2) aplicado após a realização do Exp. 02. FONTE: o autor.

QPo2 - Lei de Hooke – Método dinâmico
a) Determine a constante elástica, utilizando-se do processo dinâmico (lembrando-se que se trata de movimento oscilatório). b) O valor de k obtido foi o mesmo em relação ao que o grupo conseguiu no processo estático?

c) A mola ultrapassou o limite de elasticidade? O que seria esse limite de elasticidade?

d) Os resultados obtidos comprovam a lei de Hooke? Como pode afirmar isso?

e) Quais foram as dificuldades e facilidades que você pode apontar na realização deste experimento?

Quadro 2.12 - Questionário Avaliativo 03 (QPo3) aplicado após a realização do Exp. 03. FONTE: o autor.

QPo3 - Lei de Hooke – Associação de molas em série e em paralelo.

a) Calcular o valor da constante elástica (experimental) da associação em série.

b) Calcular o valor da constante elástica (experimental) da associação em paralelo.

c) Destacar as principais diferenças entre a associação de molas helicoidais em série e em paralelo.

d) Confeccionar o gráfico que relaciona a força peso da associação em série versus o deslocamento, de preferência em papel milimetrado (Figura 2.4). Para isso utilize os dados da Tabela 1.3 referente ao Exp. 03 – Série/Estático.

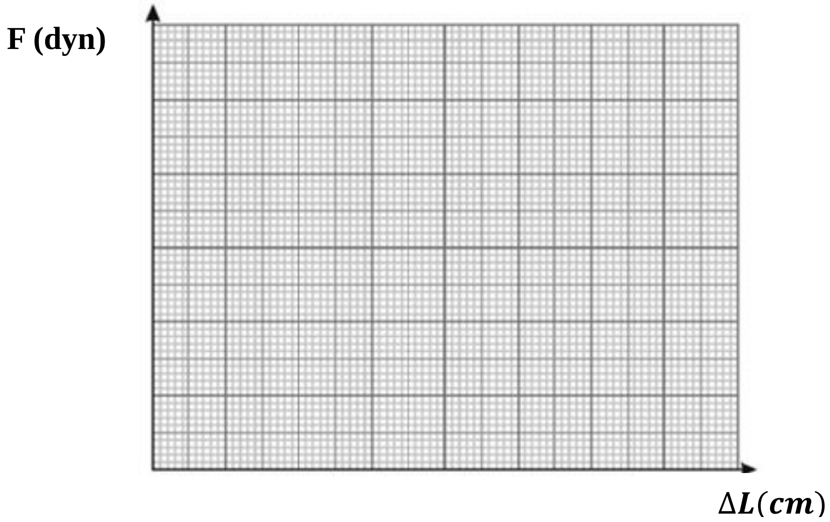


Figura 2.4 - Gráfico da força peso (F) em dinas (dyn) da associação de duas molas iguais em série versus o deslocamento (ΔL) cm. FONTE: o autor.

3. Confeccionar o gráfico que relaciona a força peso da associação em paralelo versus o deslocamento, de preferência em papel milimetrado (Figura 2.5). Para isso utilize os dados da Tabela 1.4 referente ao Exp. 03 -

Paralelo/Estático.

Figura 2.5 - Gráfico da força peso (F) em dinas (dyn) da associação em paralelo de duas molas iguais versus o deslocamento ($\Delta \boldsymbol{L}$) cm. FONTE: o autor.

A partir da confecção dos gráficos, indique o valor numérico dos quocientes de uma única mola e de ambas as associações que correspondem à inclinação dos gráficos. E, compare os resultados quando obtidos por meio das equações, complete a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Valores das constantes elásticas obtidas por meio das Equações e considerando a média dos valores e por meio da inclinação das retas dos gráficos. E, o cálculo do desvio percentual em relação os valores mais próximos.FONTE: o autor.

	Caso estático			Caso Dinâmico		
	1 mola	Molas em série	Molas em Paralelo	1 mola	Molas em série	Molas em Paralelo
	k_1 (dyn/cm)	k_s (dyn/cm)	k_p (dyn/cm)	k_1 (dyn/cm)	k_s (dyn/cm)	k_p (dyn/cm)
Equação/Teoria						
Equação/Média						
Gráfico (reta ajustada)						
$D_{\%}$ (%)						

Sugestão:

a) Confeccionar os três gráficos da parte estática para a mesma massa, em uma única figura e analisar a inclinação das retas.

Figura 2.6 - Gráfico da parte estática da força peso ($F = P$) em dinas (dyn) *versus* o deslocamento (ΔL) cm para uma mola (mola 1), e as configurações em série e em paralelo para duas molas iguais a mola 1. Confeccionado com os dados da Tabela . FONTE: o autor.

b) Comparar os períodos do movimento oscilatório.

Complete a Tabela 2.2, e analise os resultados.

Tabela 2.2 - Dados dos períodos médios para cada sistema massa-mola: mola de .... cm e diâmetro de .... cm e massa de .... g. Extraídos das Tabelas 2.4; 2.5 e 2.6. Fonte: o autor.

Configuração	Período médio ($T_m(s)$)	
1 mola	$T_1(s)$	
Molas série	$T_s(s)$	
Molas paralelo	$T_p(s)$	

4. Relate as principais dificuldades encontradas na realização do experimento.
5. Relate também as suas considerações favoráveis em relação ao experimento.

Quadro 2.13 - Questionário Avaliativo 04 (QPo4) aplicado após a realização do Exp. 04. FONTE: o autor.

QP04 - Conservação de Energia Mecânica e Armazenamento de Energia Potencial Elástica – O curioso caso da “lata energética”.

a) Qual a função, da lata/recipiente, do elástico e do parafuso com a porca?

b) Que tipos de transformação de energia estão envolvidos no comportamento da lata/recipiente nas duas situações (quando rodada na superfície horizontal e quando colocada na rampa)?

c) Que modificações você propõe para que a lata/recipiente atinja maior alcance ao ser rodada na superfície horizontal?

d) É possível substituir o elástico retorcido por uma mola helicoidal? O sistema funcionaria da mesma forma?

e) Descreva o processo realizado para fazer a lata/recipiente rolar.

f) Com base em sua resposta no item “e”, quais transformações de energia ocorrem nesse caso?

Os Questionários de Concepções Prévias, os Experimentos e os Questionários Posteriores estão dispostos no próximo capítulo, prontos para serem impressos e utilizados. E, no Apêndice B, C e D apresenta-se o gabarito desses questionários e um exemplo do que se espera como resultado experimental.

Para que a avaliação fosse o mais coerente possível propomos aos estudantes a resolução de questionários de concepções prévias (QPr), que foram aplicados antes da realização dos experimentos propostos na sequência didática (SD).

Os procedimentos experimentais (Exp.) selecionados para esta SD justificam-se pelo fato dos estudantes possuírem pouco contato com a determinação da constante elástica e a relação desta com um dos princípios fundamentais em Física: o princípio de conservação da energia mecânica durante a etapa de ensino médio.

Os questionários aplicados aos estudantes após a realização de cada experimento (QPo), serão respondidos individualmente e contém questões propostas acerca do experimento realizado anterior a cada QPo da SD já que a análise necessária é comparativa às respostas dadas previamente pelos alunos.

Ressalta-se como foi apresentado, que os questionários avaliativos apresentados são diferentes se comparados aos de concepções prévias (QPr). Isso se justifica no fato das questões apresentadas possuírem caráter mais técnico em relação aos primeiros questionários. Outro fator importante elencado é o fato das questões serem descritivas; haja vista que a proposta seria analisar as respostas dos estudantes de acordo com a concepção de Ausubel – aprendizagem significativa – optamos por utilizar este tipo de questão, pois permite uma gama maior de respostas (certas ou não) relacionadas a um determinado fenômeno físico a ser difundido na realização deste Produto Educacional.

Considerações Finais

As concepções prévias relatadas pelos estudantes, bem como, suas respostas posteriores à realização de cada etapa desta sequência didática quando comparadas deverão remeter a uma mudança de paradigmas ou reformulação de conceitos.

Analisando nosso objetivo, que se evidencia a determinar a constante elástica de uma mola helicoidal e analisar a lei de conservação de energia aplicada a corpos deformáveis é válido relacionar conceitos físicos com os matemáticos (presentes nos cálculos, construção de gráficos, determinação de coeficientes angulares e lineares, entre outros). Tal interdisciplinaridade deverá ser realizada de modo a demonstrar aos alunos que as duas componentes curriculares se correlacionam a fim de explicar fisicamente e matematicamente um fenômeno físico.

O professor ao analisar as repostas dadas por seus alunos deve estar atento às respostas prévias e reformuladas pelos mesmos a fim de analisar mudanças de paradigmas, ou seja, transformar conhecimento de senso comum em científico. Nesta perspectiva, a aprendizagem significativa do estudante prevalece como norteadora da assimilação dos conceitos físicos apresentados na SD.

Referências

[Feyn08] FEYNMAN, Richard.(2008). *Lições de física de Feynman*. Trad. Adriana Válio Roque da Silva e Kaline Rabelo. Porto Alegre: Bookman.

[Fuk16] FUKUI, Ana. (org.) *[et al.]*. (2016). *Ser protagonista: física, 1º ano: ensino médio*. 3. ed. 1. São Paulo: SM.

[Guim14] GUIMARÃES, Osvaldo. PIQUEIRA, José R. CARRON, Wilson. (2014). *Física*. 1ª ed. 1. São Paulo: Ed. Ática.

[Hall11] HALLIDAY, D. RESNICK, R. KRANE, K.S. (2011) *Física*. 5ª ed. 1. Rio de Janeiro: LTC.

[Hall16] HALLIDAY, D. RESNICK, R. WALKER, J. (2016). *Fundamentos de Física*. 10ª ed. 1: Mecânica. Rio de Janeiro: LTC.

[Mer99] MERIAM, J. L. KRAIGE, L.G.(1999). *Mecânica – Dinâmica*. 4ª ed. Rio de Janeiro: LTC.

[MukFer18] MUKAI, H. FERNANDES, P. R. G. (2018). *Manual de Laboratório de Física I.* Disponível em: http://site.dfi.uem.br/downloads-apostilas/ Acesso em 17 de novembro de 2018.

[Nus02] NUSSENZVEIG, H. Moysés. (2002). *Curso de Física Básica*. 1 – Mecânica. 4ª ed. São Paulo – SP: Edgar Blücher.

[ParFís08] PARANÁ, Secretaria do Estado da Educação. (2008). *Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Física.* Curitiba – PR: Jam3 Comunicações.

[Per13] Peruzzo, J.*A Física através de experimentos - Termodinâmica, Ondulatória e Óptica* (2013). 1ª ed. 2. Irani – SC: Edição do autor.

[Tor13] TORRES, C. M.A., FERRARO, N. G., SOARES, P. A. de T., PENTEADO, P. C. M. (2013). *Física Ciência e Tecnologia 1 – Mecânica*, 3ª ed. São Paulo: Ed. Moderna.

APÊNDICE A – Texto de Apoio

Neste apêndice está apresentado a teoria sobre os conceitos físicos envolvidos no PE. Consta da Lei de Hooke, aplicações, e a teoria para chegar na Lei de Conservação de Energia Mecânica e a aplicação da mesma.

A.1 Lei de Hooke

Nussenzveig (2002) afirma que Hooke enunciou a sua lei sob a forma de um anagrama. Esta forma comum de divulgação de resultados científicos no século XVII fora a maneira encontrada por Hooke para garantir a propriedade intelectual de sua obra, além de evitar que outros cientistas pudessem levar mais adiante suas ideias. Hooke enunciou o seguinte anagrama: *"ceiiinosssttuvi"* que após dois anos fora decifrado pelo próprio Hooke como *"ut tensio, sic vis"*. Quando traduzido do latim, o termo significa *"como a deformação, assim a força"*. Pode-se concluir que o cientista britânico afirmava que a força é proporcional à deformação[4]. *[Nus02]* Sendo o analisado por Hooke a deformação do tipo elástica[5].

Esse comportamento mecânico foi observado por Hooke em 1660 e publicado em 1676 quando analisava um sistema massa-mola na vertical, em que uma das extremidades da mola se encontrava fixa em um suporte e na outra acoplava as massas, semelhante ao ilustrado na Figura A.1 (a).

Portanto, ele observou o efeito da variação da força peso (força externa) que provocava uma variação no comprimento da mola e nesse surgia uma força na mola ($\vec{F}_m$) que atuava em sentido oposto à do movimento da massa suspensa, por isso denominada de força restauradora (Figura A.1 (a)). A constante de proporcionalidade entre essa força restauradora e o alongamento ($\Delta y\,\hat{j}$) ocorrido, é a denominada de constante elástica (k) da mola. Situação essa, válida também

[4] Ao aplicar uma força $F = P$ e esta deformar de Δy, se a força dobrar a deformação será de $2\Delta y$, se triplicar a força a deformação será de $3\,\Delta y$, e assim por diante. A deformação é uma função linear: $F \propto \Delta y$.

[5] Fisicamente há dois tipos de deformações: a plástica e a elástica. A plástica é o tipo de deformação permanente, que ao se tirar a força aplicada o material não retorna a sua forma e comprimento original. E, a do tipo elástica, ao retirar a força aplicada do material, este retorna ao seu tamanho e forma original.

se o processo for de uma compressão na mola por uma força externa (Figura A.1 (b)).

Assim, a Lei de Hooke, em sua forma matemática atual, aplicada a casos unidimensionais, no caso na direção vertical[6] (adotada como y), é dada por:

$$F_m = -k\Delta y \qquad [A.1]$$

O sinal negativo na Equação [A.1] é devido à força ser do tipo restauradora e, k a constante elástica depende da natureza do material da qual a mola é confeccionada, de seu diâmetro e comprimento em estado natural, bem como do diâmetro do fio. Sua unidade de medida no Sistema Internacional de Unidades (SI) corresponde a Newton por metro ($\mathrm{N/m}$), e em CGS dada por dina[7] por centímetro (dyn/cm). Cabe ressaltar que quanto maior o valor de k, maior será a rigidez da mola. *[Nus02]* E, a constante elástica é inversamente proporcional ao comprimento da mola. *[MukFer18]*

Observa-se[8] na Figura A.1:

- Quando a mola é distentida (Figura A.1 (a)) a partir de $y = 0$, tem-se $\Delta y > 0$ e assim a força da mola é negativa, indicando que a força atuante pela mola age para a cima.

Quando a mola é comprimida (Figura A.1 (b)) a partir de $y = 0$, tem-se $\Delta y < 0$ e, consequentemente, a força da mola age para baixo e é positiva.

---

[6] Adotando o sistema cartesiano, nesta parte de revisão adota-se o seguinte sistema de referência: x na horizontal apontada para a direita, y na vertical apontada para baixo e z perpendicular a x e y entrando no plano. Indicada no canto direito superior da Figura A.1.

[7] 1 dyn = $10^{-5}\,N$. O termo dina e erg (unidade de energia em CGS) foi proposto em 1861 por Joseh David Everett, e posteriormente reutilizados em 1873, pelo *Committee of the British Association* no sistema CGS de unidades. Sua origem é do grego: *δύναμις* - dynamis: que significa força, poder. FONTE:< https://pt.wikipedia.org/wiki/Dina>

[8] Texto adaptado da referência [*Hall11*], que apresenta o movimento do sistema massa-mola na horizontal.

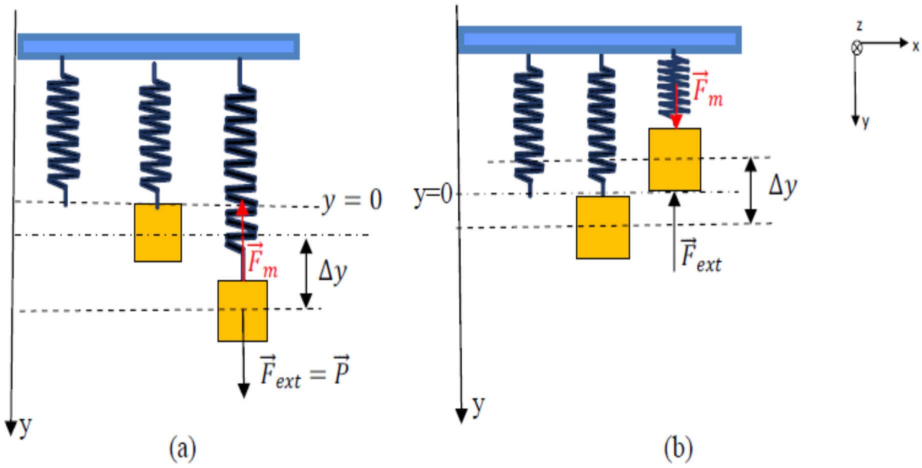


Figura A.1 - Desenho esquemático representando de forma unidimensional a força exercida pela mola, $\vec{F}_m$, quando esta é: (a) distendida e (b) comprimida, de uma quantidade Δy, por meio de uma força externa, $\vec{F}_{\text{ext}}$. Sendo $y = 0$ a mola em seu comprimento relaxado (estado natural). E, no canto direito o sistema de coordenadas cartesiano, indicando a direção e sentido adotado neste trabalho. FONTE: o autor.

Na próxima seção apresentam-se a teoria das situações que serão estudadas experimentalmente em sala de aula.

A.2 Explorando a Lei de Hooke

Nesta seção, analisar-se-á, a Lei de Hooke, para o sistema massa-mola, de um sistema em série e em paralelo. Posteriormente, obtêm-se a expressão da constante elástica k, via segunda lei de Newton: para o caso estático, em que se supôs que a massa é deslocada pela atuação somente da força peso, a partir de uma determinada posição em que se encontra no seu estado natural, e aferida o deslocamento por ela provocada; para o caso dinâmico, quando a massa oscila em torno do ponto de equilíbrio, em um movimento harmônico simples (MHS), sendo esta a forma mais desenvolvida nos textos como, por exemplo, as referências [*MukFer*[9]*18*] e [*Per13*].

[9] A primeira versão redigida do texto pelos autores é do ano de 2005.

A.2.1 Associação de molas helicoidais e determinação da constante elástica k da mola

Nesta seção analisam-se como fica um sistema com molas associadas em série e em paralelo. As molas associadas serão dispostas considerando a direção vertical e sentido positivo para baixo, considerando um sistema de eixos cartesianos direção de y e sentido $+\hat{j}$. Os três eixos estão perpendiculares entre si, logo, a direção de x na horizontal – positivo da esquerda para a direita, e a direção z perpendicular ao plano, sentido positivo entrando no plano, conforme indicadas ao lado das figuras.

A.2.1.1 Associação de molas em série

Considere duas molas helicoidais (mola 1 e mola 2) com massas desprezíveis, de constantes elásticas k_1 e k_2, respectivamente, associadas em série conforme apresentado na Figura A.2 (a). Na extremidade livre da mola 2, é conectada uma massa, que ao ser liberada irá se deslocar verticalmente sob a ação da força peso e uma força de mesma intensidade, direção e sentido, atuará na mola 2 e 1, Figura A.2 (b). Tal que, as elongações sofridas pelas molas na associação, utilizando a Equação [A.1], já considerando que[10] $|\vec{F}_{el}| = |\vec{F}_{ext}| = |\vec{P}|$, bem como que as variações nas molas (a título de simplificação na notação): Δy_1=y_1e $\Delta y_2 = y_2$, são:

$$y_1 = \frac{P}{k_1}, \qquad [\mathrm{A.2\ a}]$$

$$y_2 = \frac{P}{k_2}\ . \qquad [\mathrm{A.2\ b}]$$

Ao associarmos molas em série, a força ($\vec{F}_{ext} = \vec{P}$) que atua sobre cada uma das molas acopladas, bem como as respectivas distensões sofridas, y_1e y_2,

[10]Esse sistema pode ser visto na simulação disponível em: <https://phet.colorado.edu/sims/html/hookes-law/latest/hookes-law_pt_BR.html>, só muda a direção do deslocamento, considerado na horizontal.

são independentes. O conjunto de molas apresentada na Figura A.2 (c) possui uma distensão $y_s = y_1 + y_2$ (sendo o s de série).

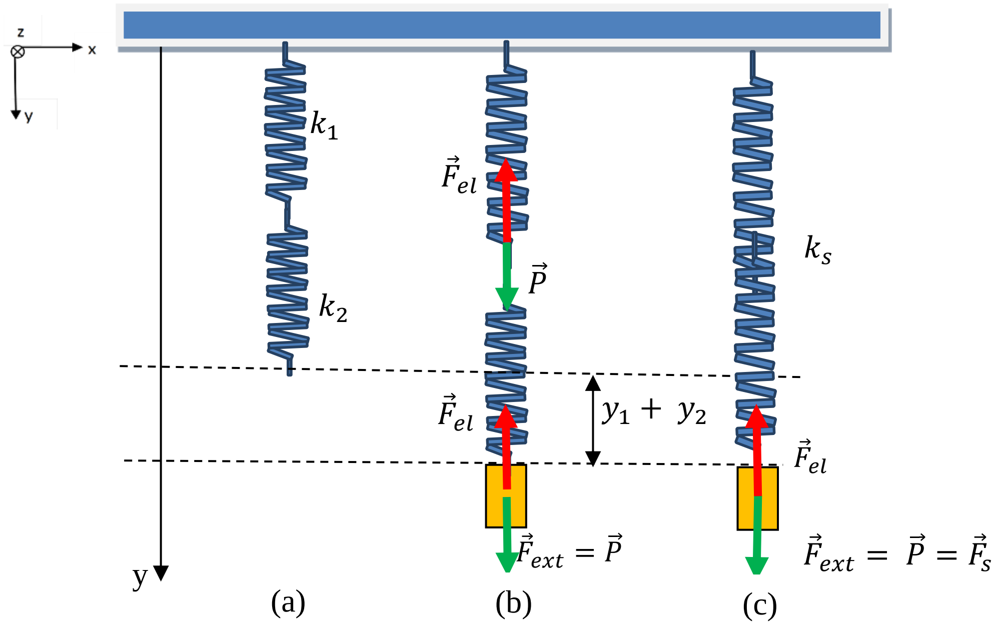


Figura A.2 - Ilustração de duas molas de constantes k_1 e k_2, associadas em série: (a) sem massa suspensa na extremidade livre da associação; (b) sistema em equilíbrio estático com uma massa na extremidade livre da mola; (c) $\vec{F}_{ext}$ = força externa; $\vec{P}$ = força peso; $\vec{F}_{el}$= força elástica; $\vec{F}_s$ = força na série; k_s= constante elástica equivalente da associação em série; y_1 e y_2 são as elongações das respectivas molas. O sistema de referência está indicado no canto superior esquerdo da figura. As massas das molas são desprezíveis em relação à massa suspensa. FONTE: o autor.

Utilizando o fato de que o sistema está em equilíbrio estático, isto é: $|\vec{F}_{el}| = |\vec{F}_{ext}| = |\vec{P}|$, podemos escrever:

$$\boldsymbol{y_s = y_1 + y_2 = \frac{P}{k_s}}\,, \qquad \mathbf{[A.3]}$$

em que k_s é a constante elástica equivalente das molas associadas em série.

Utilizando as Equações [A.2 a] e [A.2 b] na Equação [A.3], obtemos o seguinte:

$$\frac{P}{k_1} + \frac{P}{k_2} = \frac{P}{k_s}\,,$$

$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_s}\ . \qquad [A.4]$$

Assim, utilizando a Equação [A.4] podemos determinar a constante elástica da associação em série de duas molas, conhecidas as constantes elásticas de cada mola individualmente:

$$k_s = k_{eq.} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\,. \qquad [A.5]$$

Generalizando para n molas associadas em série, k_s pode ser obtida pela Equação [A.5].

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \cdots \frac{1}{k_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}\ . \qquad [A.6]$$

A.2.1.2 Associação de molas em paralelo

Quando duas ou mais molas helicoidais, de mesmo comprimento, estão associadas em paralelo, estas dividem a força aplicada de forma igual. Para isso, considera-se que a força $\vec{F}$ atua no ponto médio do suporte que as une, e por consequência uma força $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\vec{F}_I}{n}$ sendo i o número da mola e n o número de molas, atuará na extremidade de cada mola e as distenderá pela mesma quantidade y.

Para analisar essa situação, considere um sistema com duas molas, de constantes k_1 ek_2, e mesmo comprimento, associadas em paralelo penduradas verticalmente em um suporte. Na outra extremidade das molas há uma haste rígida que as mantém acopladas (Figura A.3). Esse será o estado inicial do sistema (Figura A.3 (a)).

Após atuar a força externa $\vec{F}_{ext}$ na haste rígida, conectando uma massa m, no ponto médio entre as duas molas, Figura A.3 (b), há um deslocamento de quantidade y, que é a distensão sofrida pelas molas. Como a força é distribuída de forma igual entre elas[11], estas foram consideradas como $\vec{F}_1$ (força na mola 1) e $\vec{F}_2$ (força na mola 2).

Na Figura A.3 (c) apresenta-se o sistema equivalente da conexão das duas molas em paralelo, k_p, tal que a força aplicada $\vec{F}$ e a força elástica $\vec{F}_{el.}$ terão a mesma magnitude em que k_p é a constante elástica da associação das molas em paralelo:

$$F = F_1 + F_2 = k_p y \,. \qquad [A.7]$$

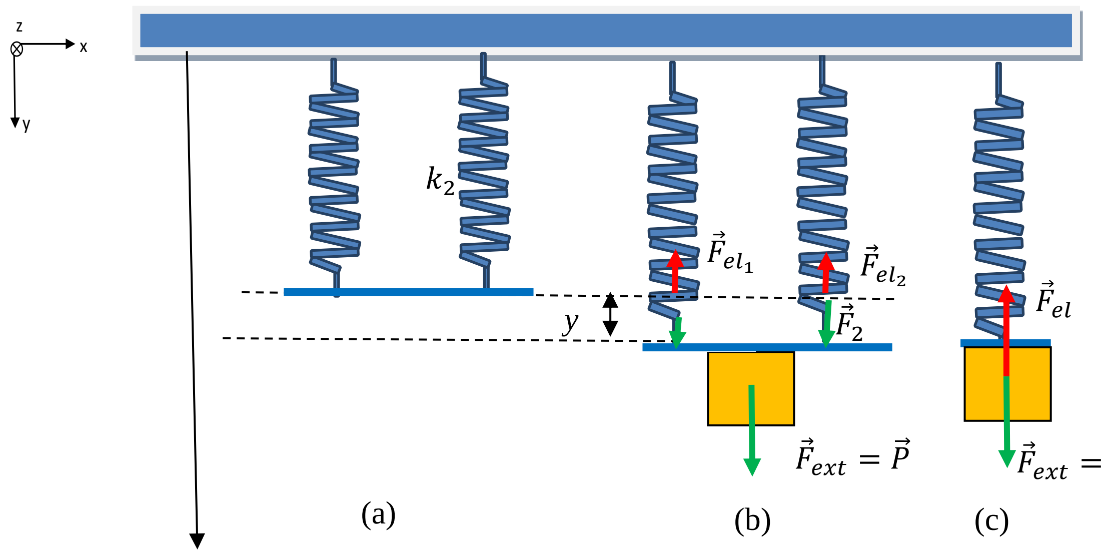


Figura A.3- Figura esquemática indicando: (a) uma associação de duas molas em paralelo com constantes elásticas k_1 e k_2; (b) $\vec{F}_{ext}$ é a força externa aplicada às molas em paralelo, dada por $\vec{P}$ = força peso; k_p= constante elástica equivalente das molas associadas em paralelo; $\vec{F}_{el_1}$ e $\vec{F}_{el_2}$ são as forças elásticas em cada uma das molas; (c) o sistema equivalente da associação em paralelo. As massas das molas e da haste rígida são desprezíveis em relação à massa suspensa. FONTE: o autor.

Considerando que cada força aplicada é igual a força elástica oposta a mesma e dada pela Equação [A.1] em que $\Delta y = y$, podemos escrever a Equação [A.7] como: $k_1 y + k_2 y = (k_1 + k_2)y = k_p y$, logo:

$$k_p = k_1 + k_2 \,. \qquad [A.8]$$

[11]Situação que pode ser observada por meio de simulação no site: <https://phet.colorado.edu/sims/html/hookes-law/latest/hookes-law_pt_BR.html>

Portanto, a constante elástica equivalente no caso de molas associadas em paralelo é a soma das constantes elásticas de cada mola individualmente.

Uma relação geral para um conjunto de n molas associadas em paralelo é expressa matematicamente por [A.9]:

$$k_p = k_1 + k_2 + k_3 + \cdots k_n = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{k_i}. \qquad [A.9]$$

Na próxima seção serão apresentadas duas situações a trabalhar as configurações em série e/ou em paralelo, que serão o caso em que o deslocamento é feito de forma constante, e outra oscilando em torno de um ponto de equilíbrio, denominados de caso estático e dinâmico respectivamente. Para a dedução das equações será considerada o caso de uma mola na vertical, variando as massas que serão suspensas.

A.2.2 Determinação da constante elástica k da mola para os métodos: estático e dinâmico – via segunda Lei de Newton

Na Equação [A.1], a Lei de Hooke em sua forma matemática atual é atribuída a corpos deformáveis elasticamente, tais como, elásticos e molas helicoidais. Consideremos a seguir, a situação para molas helicoidais, em que será determinada a expressão da constante elástica para os métodos: estático (sem oscilação, aceleração nula, $a = 0$) e dinâmico (com oscilação em Movimento Harmônico Simples – MHS, aceleração não nula, $a \neq 0$), obtidas da forma tradicional partindo do princípio da dinâmica (a segunda Lei de Newton, para quando a massa em movimento se mantém constante).

A.2.2.1 Determinação da constante elástica k da mola para o método estático

O sistema massa-mola em equilíbrio, bem como, as forças atuantes no mesmo, são os representados na Figura A.1. Adotando a situação apresentada na Figura A.1 (a), um deslocamento unidimensional, na vertical, em que a força externa é a força peso. Aplicando a segunda lei de Newton, $\sum F_y = ma_y$, para o caso em que a massa do corpo se mantém constante, e considerando a direção do deslocamento sendo Δy, temos que:

$$P - F_m = m\,a_y. \tag{A.10}$$

Substituindo, a força peso por $P = mg,$ em que, g é a aceleração gravitacional da Terra[12] *[Mer99]* e a força da mola $k\,\Delta y$, e ainda considerando a aceleração nula (estático), a Equação [A.10] torna-se:

$$mg - k\Delta y = 0\,. \tag{A.11}$$

Isolando a constante elástica na Equação [1.11] de modo a obtermos uma equação que nos permite calcular a constante elástica pelo método estático, $k_{estático}$:

$$k_{estático} = \frac{mg}{\Delta y}\ . \tag{A.12}$$

Como já disposto neste capítulo, a constante k possui como unidade de medida no SI, N/m (Newton por metro) e que em Em CGS, dyn/cm (dinas/centímetro), em que $1N = 10^5\,dyn$.

O gráfico que representa a Equação [A.12] é o da Figura A.4, Sendo este um esboço de um gráfico do módulo da força externa ($|\vec{F}_{ext}| = |\vec{P}|$) *versus* o módulo do deslocamento ($|\Delta\vec{y}|$), no caso considerando uma distensão da mola como apresentado na Figura A.1 (a), e representado na Figura A.4; nesse caso, considerando massas sendo acrescidas[13] e a cada uma medindo o deslocamento causado pela força peso ($\vec{P} = m\vec{g}$), atuante na mola, obtém-se um gráfico linear. Cada cor equivale a uma mola de mesmo material e comprimento diferente, ou

[12] O valor nominal "médio" na superfície da Terra, conhecida como gravidade padrão é, por definição, 9,80665 m/s².
[13] Isso pode ser verificado experimentalmente, utilizando espiral de encadernação que tenha certa elasticidade, e massas de valores conhecidos (tal que não deforme a mola de forma permanente), feitas de qualquer material, que possam ser acrescidas na extremidade da mola. Um suporte e uma régua para realizar a leitura do deslocamento.

material diferente e mola de mesmo comprimento. Tal que: $k_1 > k_2 > k_3$. Lembrando que a força da mola possui um sinal negativo (resistente à distensão), oposta a força peso.

Ainda na Figura A.4, leva-se em consideração a força peso inicial referente à massa da mola ou qualquer outra massa suspensa junto à mola na posição inicial como a haste rígida na Figura A.3 (a); que normalmente convencionam-se como desprezíveis quando comparadas as massas que serão adicionadas a ela e que provocarão o deslocamento Δy a partir de um ponto inicial y_0. Esse valor se refere ao coeficiente linear ($F_0 = P_0$) da reta, e normalmente surge ao se realizar o ajuste da reta, e não na relação de proporcionalidade de interpretação direta do gráfico $F \propto \Delta y^n$, no caso $n = 1$ (comportamento linear) e k a constante de proporcionalidade$k$ (no caso a constante elástica da mola): $F = k\Delta y$. Visto que nessa equação supõe-se que $F_0 = P_0 = 0$ no ponto inicial $y_0 = 0$.

A constante de proporcionalidade é dada pelo coeficiente angular da reta, obtida pela inclinação dessa reta.

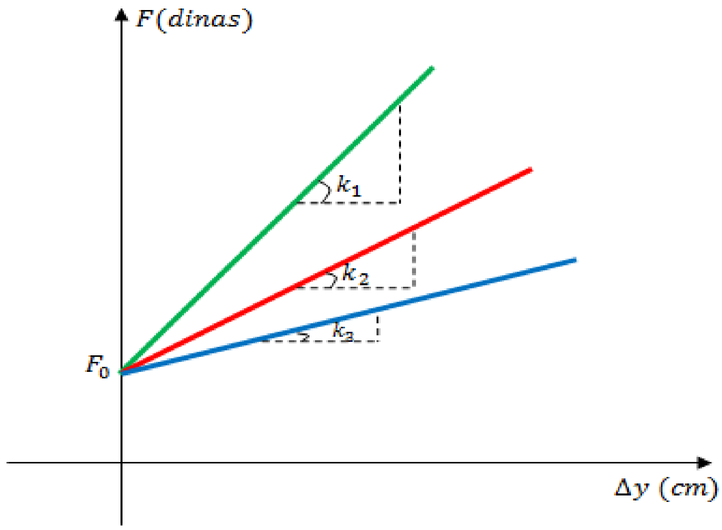


Figura A.4 - Esboço de um gráfico representando o comportamento linear do módulo da Força ($F = P = mg$) *versus* módulo do deslocamento (Δy), para 3 molas com características diferentes: comprimento ou material;O coeficiente angular da reta $F_i = F_0 + k_i\Delta y$, sendo i= 1,2,3, é a constante elástica da respectiva mola e o coeficiente linear, F_0, dessa reta é a força peso inicial que atua na mola, inclusive sua massa caso não seja desprezível. FONTE: o autor.

Vejamos na sequência, como fica a equação da constante elástica para um processo dinâmico - mola oscilando na vertical em torno de um ponto de equilíbrio.

A.2.2.2 Determinação da constante elástica k da mola pelo método dinâmico

Quando o sistema massa-mola não está em equilíbrio estático, também é possível determinar a constante elástica k da mola. Desprezando as forças dissipativas[14], nesse caso, há uma aceleração resultante diferente de zero na Equação [A.10]:

$$P - F_m = ma. \qquad [A.13]$$

Considerando, $a_y = a$, a aceleração resultante da massa m acoplada à extremidade livre da mola. Nesse caso, a massa irá oscilar em torno do ponto de equilíbrio, $y = y_0 = 0$, (Figura A.5).

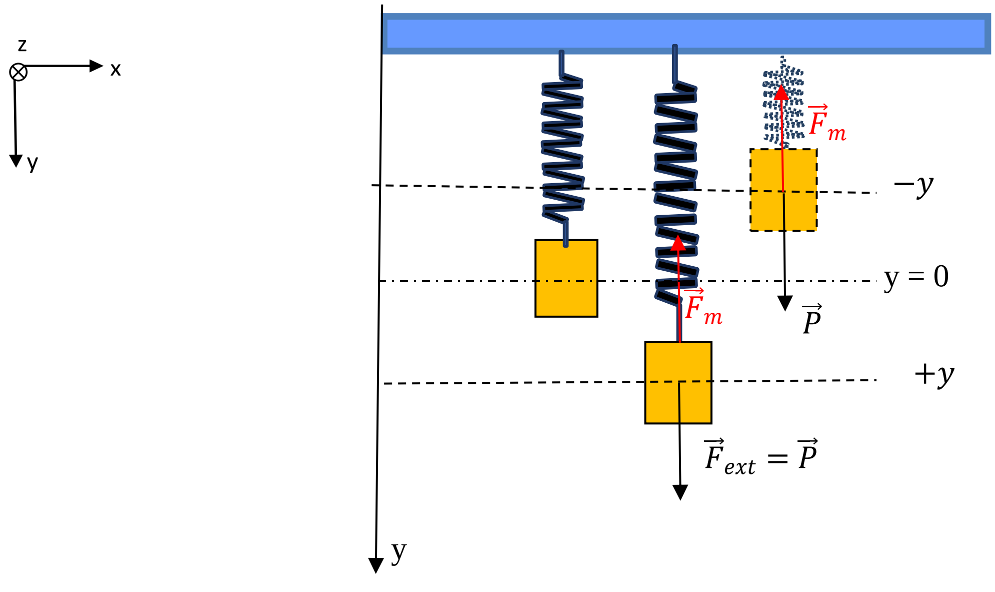


Figura A.5 - Figura esquemática indicando um sistema massa-mola oscilando em torno do ponto de equilíbrio ($y = 0$). A mola possui constante k, a força externa (no caso a força peso $\vec{P}$ do corpo de massa m) atua alongando de uma quantidade y e retorna comprimindo em direção oposta até $-y$. Fonte: figura adaptada da referência. [*Hall 11*].

[14] Como será visto posteriormente (seção A.7), são forças cuja energia se dissipa ao realizar determinado processo mecânico. O exemplo mais comum é a força de atrito entre um corpo e uma superfície, a energia se dissipa em termos de aquecimento (energia térmica).

Sendo, a amplitude máxima de oscilação de $+y$ a$-y$. Observando que o sentido da força da mola é sempre único, fazendo com que o corpo oscile na direção vertical, subindo e descendo ou descendo e subindo, dependendo do ponto de origem do movimento.

Experimentalmente, caso fosse considerado um longo tempo, ter-se-ia o que se chama de Movimento Harmônico Amortecido (MHA) devido a influência da resistência do ar[15], em que a amplitude vai diminuindo até parar. Ambos os casos podem ser visto em um Pêndulo Simples, por exemplo, no capítulo 09 da referência [*MukFer, 2018*].

Mas, se considerarmos o tempo16 entre 3 a 10 oscilações completas (T-período), dependendo da mola e do sistema, pode-se desprezar a força de resistência da massa com o ar e esse tipo de oscilação é conhecido como Movimento Harmônico Simples (MHS).

Além disso, o movimento, posição em função do tempo em um gráfico, é representado por uma função seno ou cosseno da frequência de oscilação no tempo, como será apresentado a seguir.

A Equação [A.13] torna-se:

$$mg - k(\Delta y - y) = m\frac{d(\Delta y - y)}{dt}. \qquad [\mathrm{A.14}]$$

Ao considerarmos que $mg - k\Delta y = 0$, pois é a origem do eixo onde ocorre equilíbrio estático em que: $\frac{d(\Delta y)}{dt}$=0, obtemos a seguinte equação matemática em sua forma derivada [A.15]:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k}{m}y = 0. \qquad [\mathrm{A.15}]$$

A Equação [A.15] é uma equação diferencial de segunda ordem homogênea (EDO), com solução geral expressa por:

[15] Um tipo de força de atrito do ar com o objeto. No MHA, o resultado de um gráfico da amplitude com relação ao tempo é uma função exponencial decrescente no tempo devido ao amortecimento. Uma simulação deste movimento pode ser visto na referência: <https://giphy.com/gifs/2A8saq6q3h5mVoSbGp>. Acesso em 23/06/2019.

[16] Repetir o processo e fazer uma média aritmética simples para diminuir a imprecisão na medida.

$$y(t) = y_{máx}e^{i(\omega t+\varphi)}, \qquad [A.16]$$

em que: ω é a frequência angular característica da mola, $y_{máx}$ a amplitude de oscilação e φ é uma fase. A parte real da Equação [A.16] é expressa por[17] *[Hall11]*:

$$y(t) = y_{máx}\cos(\omega t + \varphi), \qquad [A.17]$$

sendo essa a solução da Equação [A.15]. Derivando duas vezes a Equação [A.17] em relação ao tempo, temos: $\frac{d^2y}{dt^2} = -y_{máx}\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$;e, substituindo na Equação [A.15] em seu primeiro termo junto com a Equação [A.17] no segundo termo, obtém-se[18]:

$$-y_{máx}\omega^2\cos(\omega t + \varphi) + \frac{k}{m}y_{máx}\cos(\omega t + \varphi) = 0. \qquad [A.18]$$

Simplificando os termos iguais na Equação [A.18], tem-se que:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}. \qquad [A.19]$$

Como já informado, T é o período de oscilação do sistema, isto é, o intervalo necessário para que o sistema realize um ciclo completo do seu movimento (que neste caso será o movimento unicamente na vertical[19], de descer de $(-y)$ até (y) e subir de volta até $(-y)$ e considerando matematicamente que a frequência angular é a relação de 2π (percurso da massa em 1 T) pelo período ($\omega = \frac{2\pi}{T}$), obtém-se a Equação [A.20], que relaciona o período T e a constante elástica, k, de uma mola helicoidal utilizando o método dinâmico (oscilatório). [*MukFer18*] e [*Per13*].

[17] $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i\,sen\,(\omega t)$.

[18] A *função* $y(t) = A\,cos(\omega t + \theta_0)$*é uma solução da equação diferencial ordinária (EDO)* $\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{ky}{m} = 0$;

[19] Sem que haja a formação de movimento pendular.

$$k_{dinâmico} = \frac{4\pi^2 m}{T^2}. \qquad [A.20]$$

Um sistema em que se desprezam as forças dissipativas[20], e oscila em torno de um ponto de equilíbrio é o denominado de movimento harmônico simples (MHS), conforme já discutido nesta subseção A.2.2.2.

A seguir, entra-se nos conceitos referentes a energia.

A.3 Constante Elástica via Lei de Conservação da Energia Mecânica

Primeiramente para obtermos a Lei de Conservação de Energia Mecânica, e entre os tópicos estão os que serão utilizados para obter as mesmas expressões das constantes elásticas para o caso estático (Eq. [A.12]) e dinâmico (Eq. [A.20]) por meio dessa Lei.

O conceito de energia, primeiramente está ligado ao de trabalho, visto que de forma simplificada: *Energia é a habilidade de determinado corpo realizar trabalho, e trabalho é a energia transferida por uma determinada força*. Como citado por Halliday:

> Trabalho (W) é a energia transferida para um objeto ou de um objeto por meio de uma força que age sobre o objeto. Quando a energia é transferida para o objeto, o trabalho é positivo; quando a energia é transferida do objeto, o trabalho é negativo. (HALLIDAY, *et al* 2016. p. 342). [*Hall16*]

Como toda força pode realizar trabalho, vejamos como fica o trabalho realizado pela força elástica.

Considera-se a partir deste ponto o termo força elástica entre elas está contida a força da mola.

A.3.1 Trabalho realizado pela força elástica

[20] Neste caso a força dissipativa é força de atrito do corpo com o ar.

O trabalho (W) realizado por uma força $\vec{F}$ para deslocar um corpo de um ponto inicial i a outro final f, é dado por[21]:

$$W_{i\to f} = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{l}\ . \qquad [A.21]$$

Observando que, o trabalho depende da força que realiza o deslocamento e que a força, ou a componente da mesma, deve estar na mesma direção do deslocamento. Bem como, o trabalho total em uma única direção e a soma de todos os trabalhos que fazem o corpo mover-se na direção do deslocamento.

Adotando o sistema unidimensional, em que o deslocamento ocorre na vertical (y), a Equação [A.21] fica escrita na forma[22]:

$$W_{i\to f} = \int_i^f F_y\, dy \cos\theta, \qquad [A.22]$$

em que θ é o ângulo entre a força e o deslocamento. A unidade de trabalho é a mesma de energia, Joules (J = Nm) no SI.

No caso de nosso sistema, (Figura A.1 (a)), a força e o deslocamento estão na mesma direção e sentidos opostos[23], visto que é a força exercida pela mola é no sentido para cima e o deslocamento é para baixo, e a Equação [A.22] fica escrita na forma:

$$W_{i\to f} = -\int_i^f F_m\, dy. \qquad [A.23]$$

Assim, o trabalho realizado pela força restauradora, $\vec{F}_m$, quando essa é distendida de sua posição inicial y_0 até a posição final $y_1$pela atuação de força externa $\vec{F}$, é dado por:

---

[21] Em que:$\vec{F} = F_x\hat{\imath} + F_y\hat{\jmath} + F_z\hat{k}$ e $\vec{l} = x\,\hat{\imath} + y\,\hat{\jmath} + z\,\hat{k}$.

[22] Utilizando a definição de produto escalar: $\vec{A}\cdot\vec{B} = A\,B\ \cos\theta$, seno A e B o módulo dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, e θ o ângulo formado entre eles.

[23]$\cos 180^o = -1$.

$$W_m = -\int_{y_0}^{y_1} F_m\, dy = -\int_{y_0}^{y_1} (ky)\, dy = -\frac{1}{2} k\,(y_1^2 - y_0^2). \qquad [A.24]$$

Nota-se pela Equação [A.24] que o trabalho realizado pela mola é negativo visto que: $y_1 > y_0$. Esse fato é justificável visto que o sentido de $\vec{F}_m$ser oposto ao deslocamento de modo que, o trabalho realizado pela mola W_m também seja negativo.

Quando a força externa agir de modo a comprimir a mola conforme apresentado na Figura A.1 (b), ambos y_0 e y_1 são negativos, mas $|y_1| > |y_0|$, e a força da mola continua oposta ao sentido do deslocamento. Logo o trabalho continua sendo negativo.

Desta forma, não importa se alongada ou comprimida, o trabalho para uma variação de y_0 ay_1, será negativo. Fato este também que pode ser visto na Equação [A.24], em que cada extremidade será elevada ao quadrado, como resultado da integral da força elástica (força da mola), portanto não importa o sinal de y_0 e y_1.

O que influencia no sinal do trabalho realizado pela mola, é o sentido da força aplicada em relação ao sentido da deformação:

- $|y_1| > |y_0|$, distensão/alongada, o $W < 0$ (negativo);
- $|y_1| < |y_0|$, compressão, o $W > 0$ (positivo).

É possível realizarmos uma interpretação geométrica, como normalmente é utilizada no ensino médio[24], acerca do cálculo do trabalho realizado pela mola conforme apresentamos na Figura A.6. Isto é possível visto que o trabalho é representado pela área acima ou abaixo da curva de um gráfico da força (F) pelo deslocamento (y). Na Figura A.6 podemos observar que a força exercida pela mola é linear, dada pela reta decrescente em um processo de elongação da mola, quando este varia de uma posição y_0a y_1. [*Nuss02*]

[24]Visto que a força não é constante, essa varia com relação ao deslocamento, e, portanto não se utiliza diretamente a expressão do produto da força e do deslocamento, e como normalmente ainda não estudaram sobre integral, utiliza-se a forma geométrica para se calcular.

Calculando a área pintada na Figura A.6, que é dada ela área trapézio:

$$A = \frac{h(B+b)}{2} = (y_1 - y_0)\frac{1}{2}(-ky_0 - ky_1)$$

$$= -\frac{k}{2}(y_1 - y_0)(y_1 + y_0)$$

$$A = -\frac{1}{2}k(y_1^2 - y_0^2) = W_{\ y_0 \to y_1} \qquad [A.25]$$

Como já mencionado anteriormente, o trabalho realizado pela força sobre a mola é negativo quando $y_0^2 < y_1^2$ a mola sofre uma distensão. Em contrapartida, o trabalho será positivo quando $y_0^2 > y_1^2$ a mola for comprimida.

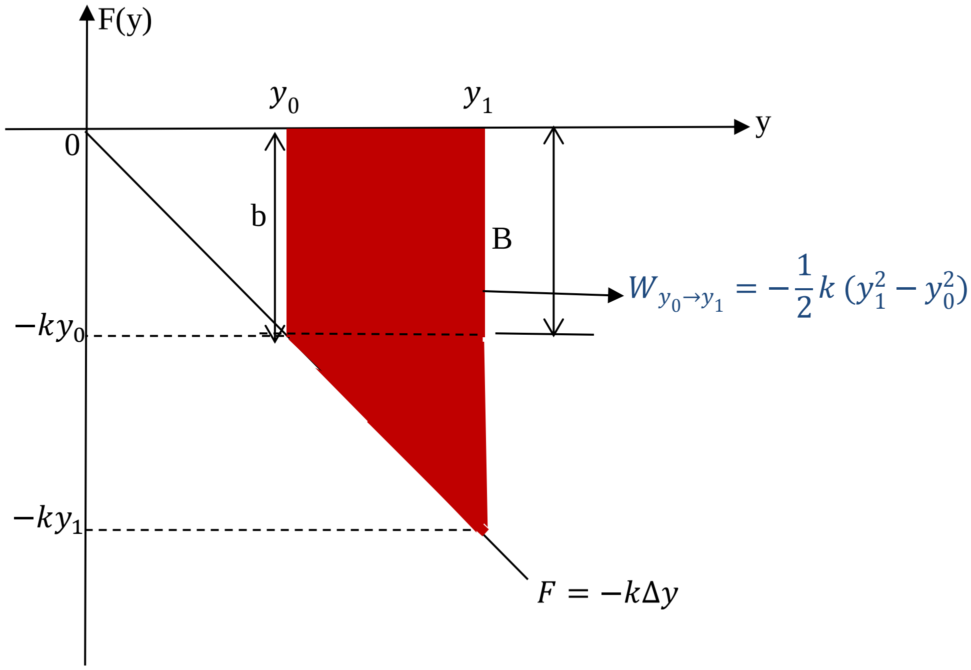


Figura A.6 - Representação esquemática da força exercida pela mola em função da sua distensão. Nota-se que o trabalho realizado por essa força é representado pela área pintada na figura. FONTE: figura adaptada da referência Nussenzveig (2002).

Assim, vimos que o trabalho realizado pela força elástica (força da mola) depende apenas da posição inicial e final. As forças que possuem essa característica são denominadas de forças conservativas, que é o assunto da próxima seção.

A.3.2 Forças Conservativas

Definimos como força conservativa aquela que depende apenas da posição inicial (i) e final (f), ou seja, não depende do "caminho" realizado. Um exemplo está representado na Figura A.7, adaptado da referência [*Tor13*].

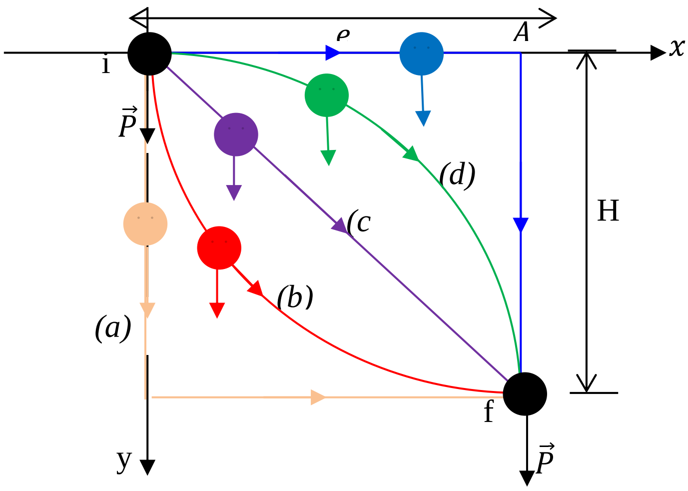


Figura A.7 - Desenho esquemático ilustrando uma massa m que sai do ponto i até f, e várias das trajetórias que o mesmo possa percorrer. FONTE: Figura adaptada da referência [*Tor13*]

O trabalho realizado pela força peso nas trajetórias (a), (b), (c), (d) e (e), supondo $H = A =$4 m, e considerando a Equação [A.22] são dadas por:

- Trajeto (a): $W_{i \to f} = F\, d \cos\theta = mg\,(4) \cos 0^o + mg\,(4) \cos 90^o = 4\,mg + 0 = 4mg$;
- Trajeto (b): $W_{i \to f} = \int_i^f mg\, dy = mgH = 4\,mg$;
- Trajeto (c): $W_{i \to f} = F\, d \cos\theta = mg\,(4) \cos\theta = 2\sqrt{2}\, mg \cos 45^o = 4\,mg$;
- Trajeto (d): $W_{i \to f} = \int_i^f mg\, dy = mgH = 4\,mg$;
- Trajeto (e): $W_{i \to f} = F\, d \cos\theta = mg\,(4) \cos 90^o + mg\,(4) \cos 0^o = 4\,mg$.

Logo, o trabalho realizado pela força peso para ir do ponto inicial ao final, independe da trajetória, e será sempre $W_{i \to f} = mgH$, conforme o exemplo que considera $H = 4$.

A força elástica (como a força da mola) é outra força do tipo conservativa. Em contrapartida, a força de atrito é um exemplo de força não conservativa, visto que essa dissipa, por exemplo, em forma de energia térmica. *[Hall11]*

Estas definições são importantes, uma vez que podemos observar o trabalho realizado por forças de diferentes naturezas sobre um determinado corpo, à medida que esta se desloca ao longo de uma trajetória e retorna ao ponto de origem.

Outra condição sobre o trabalho e as forças conservativas, é o trabalho total realizado por uma força em um percurso fechado ser nulo. No caso do exemplo da Figura 1.8, temos que por qualquer uma das trajetórias, o trabalho realizado pela força peso para ir de i ao ponto f é igual a $W_{i \to f} = mgH$, e para ir do ponto f para o ponto i, é dado por $W_{f \to i} = -m\ g\ H$, tal que o trabalho total será igual a zero.

Vejamos mais dois exemplos (Figura A.8), sendo um deles:

(a) o sistema massa-mola relacionada à força elástica e

(b) o pêndulo simples, outra atuação somente da força gravitacional.

Em ambas as situações um corpo de massa m, retorna ao seu ponto inicial após um deslocamento $y = \pm d$ e $y = \pm A$ respectivamente, e neste caso temos um trabalho total nulo. Isso desprezando o atrito com o ar durante o tempo de observação. Após determinado momento começa a atuar a força de atrito e o trabalho total é não nulo.

Apresentando cada caso detalhadamente:

- ***Sistema massa-mola***

Considerando o sistema apresentado na Figura A.8 (a): Uma mola helicoidal comprimida ou distendida exerce uma força $\vec{F}_m$orientada na direção e sentido que faz regressar a mola à sua forma inicial. E, como apresentado, o módulo da força exercida pela mola (Força Elástica, no caso chamamos de Força da mola) é diretamente proporcional à distensão/compressão da mola.

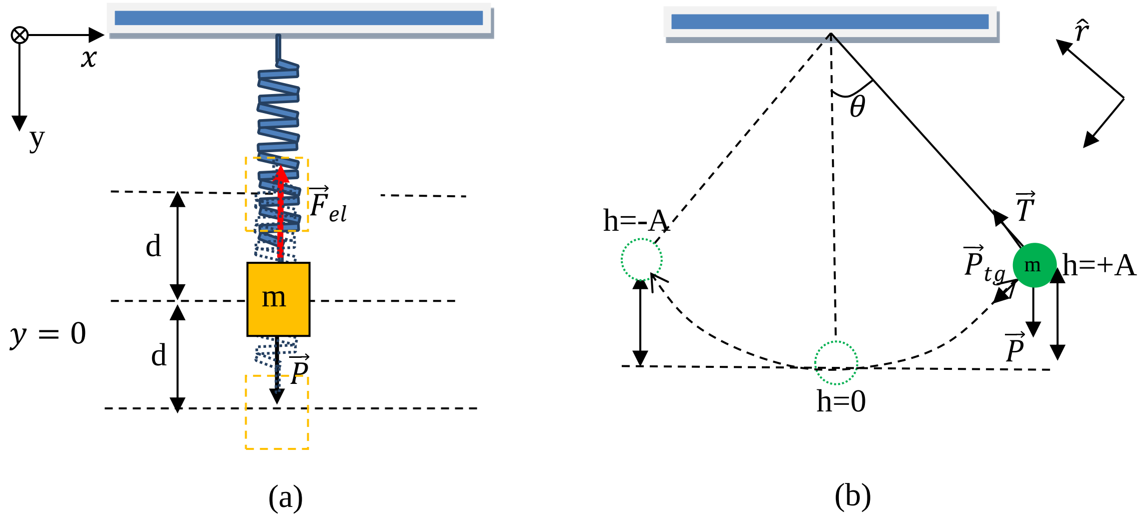


Figura A.8 - Figuras esquemáticas (a) sistema massa mola e (b) pêndulo simples. Em ambos os casos oscilam em relação ao seu ponto de equilíbrio (y=0e h=0),de $y = \pm d$ e$y = \pm A$)respectivamente para cada caso). No caso (a) por meio de duas forças: força peso ($\vec{P}$) do bloco de massa m e da força elástica/força da mola ($\vec{F}_{el} = \vec{F}_m$) e em (b) somente pela atuação da componente tangencial ($\vec{P}_{tg}$) da força peso da esfera de massa m, após esta ser liberada de uma altura h. FONTE: o autor.

Analisando a Figura A.8 (a) com mais detalhes (Figura A.9), iniciando com uma compressão[25], tem-se (utilizando a Equação [A.21]):

- Retira-se o agente externo ($t = 0{,}0\ s$; $v_0 = 0{,}0\ cm/s$) fazendo com que a mola comece a realizar trabalho sobre o bloco. Este se deslocando passando por $y = 0$;

$$W_{-d\to 0} = \int_{-d}^{0} F_m\, dy = \int_{-d}^{0} (ky)\, dy = +\frac{1}{2}\, k\, (d^2); \qquad [A.26]$$

- O bloco continua movimentando para baixo sob ação da força peso e da mola que a empurra devido à compressão sofrida inicialmente, até atingir a posição $y = +d$, posição máxima ($v = 0$); muda o sentido do deslocamento para cima:

$$W_{0\to +d} = \int_{0}^{+d} F_m\, dy = \int_{0}^{+d} (-ky)\, dy = -\frac{1}{2}\, k\, (d^2); \qquad [A.27]$$

[25] Observando o perfil da Figura A.9, em um período (T), representamos o processo de ida e volta da massa, é uma função cosseno ($\cos \omega t$), como informada na solução (Equação [1.20]) do caso dinâmico da constante elástica.

- A força exercida pela mola muda de sentido, puxando o corpo para cima, oposta a força peso e, passando pela posição de equilíbrio $(y = 0)$.

$$W_{+d \to 0} = \int_{+d}^{0} F_m \, dy = \int_{+d}^{0} (ky) \, dy = +\frac{1}{2} \, k \, (d^2) \, ; \qquad [A.28]$$

- E continua o movimento até retornar à posição $y = -d$.

$$W_{0 \to -d} = \int_{0}^{-d} F_m \, dy = \int_{0}^{-d} (ky) \, dy = -\frac{1}{2} \, k \, (d^2) \, . \qquad [A.29]$$

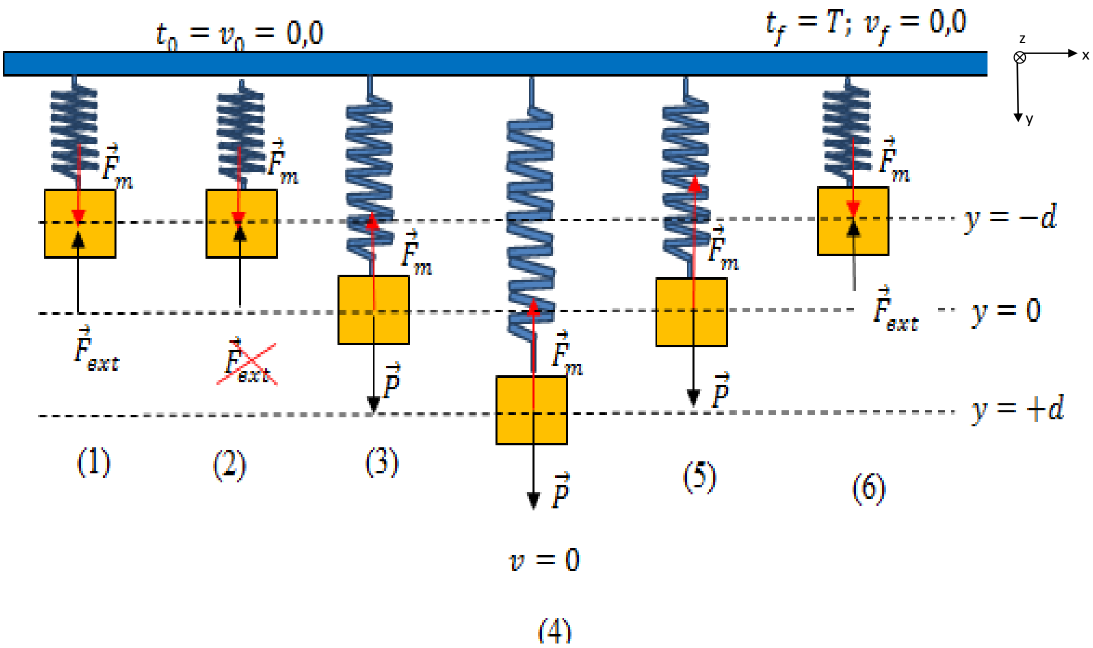


Figura A.9 - Figura esquemática indicando as etapas de um ciclo completo, do processo de ida e volta da oscilação do sistema massa-mola: (1) atuação de uma força externa $(\vec{F}_{ext})$ com oposição da força da mola $(\vec{F}_m)$; (2) retira-se a força externa $(\vec{F}_{ext})$; (3) a mola se desloca para baixo pela atuação da força peso $(\vec{P})$ e da força da mola $(\vec{F}_m)$, (4) atinge a posição $+d$ (amplitude máxima) e inicia seu processo de retorno (5) em que a força da mola e o deslocamento mudam de sentido, passa pelo ponto de equilíbrio, até atingir (6) a posição inicial $(y = -d)$, completando 1 período (T). FONTE: figura adaptada da referência [*Hall11*].

O bloco movimentando-se de $y = -d$ até $y = +\, d$ em movimento oscilatório e o trabalho da mola para voltar até seu ponto de partida é representado, matematicamente, por:

$$W_{-d\to 0} + W_{0\to d} + W_{d\to 0} + W_{0\to -d} = W_T = 0. \qquad [A.30]$$

Portanto, quando o bloco retorna a sua posição de origem, somando-se as quatro contribuições, no ciclo completo, o trabalho total realizado pela mola será igual a 0 (zero). Esta é uma das características que indica que a força elástica é uma força conservativa.

Outro processo semelhante é o de um pêndulo simples (Figura A.8(b)), que envolve somente a força gravitacional.

- ***Pêndulo Simples***

O trabalho realizado pela força peso, para levar a massa de sua posição inicial até a final, é nula (completando 1 T); observando na Figura 1.8 (b), tem se uma massa que oscila do ponto $+A$ até o ponto $-A$, passando pelo ponto de equilíbrio 0. Sua trajetória é um arco de curva. Desprezando a massa do fio, temos que a atuação da componente tangencial da força peso ($\vec{P}$): $P_{tg} = mg\, sen\theta$, ao liberar a massa está a favor do deslocamento. O trabalho realizado por essa componente da força peso é representado por:

$$W = +(mg\, sen\, \theta)A. \qquad [A.31]$$

Ao atingir a amplitude máxima $-A$, irá retornar em sentido oposto:

$$W = -(mg\, sen\, \theta)A. \qquad [A.32]$$

Portanto, o trabalho total realizado pela força gravitacional sobre a massa em seu movimento de ida e volta é nulo ($1T$), ou seja, somando as Equações [A.31] e [A.32] temos: $W_T = 0$.

De forma geral, nominamos **trabalho motor**, quando $W > 0$ e de **trabalho resistente** quando $W < 0$.

Assim, vimos que o trabalho total realizado por uma força conservativa é nula, bem como independe da trajetória (caminho percorrido em um percurso fechado) de ir de sua posição inicial até sua posição final e retornar a sua posição inicial, dependendo somente da posição inicial e final. Vejamos o que ocorre para uma força não conservativa, em termos do trabalho total realizado por esta força ser ou não nulo.

A.3.3 Força de atrito, uma força não conservativa

O físico francês Charles Augustin Coulomb (1736-1806) determinou experimentalmente as leis do atrito entre as superfícies de dois corpos, chegando à conclusão de que a intensidade da força de atrito estático máxima $\vec{f}_{a_{máx}}$ é diretamente proporcional à intensidade da força normal $\vec{N}$ entre os corpos em contato *[Guim14]*. Matematicamente, podemos escrever tal definição conforme [A.33]:

$$\vec{f}_{a_{máx}} = \mu \vec{N} \,. \qquad [\mathrm{A.33}]$$

Na Equação [A.33], μ a constante de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas, é chamada de coeficiente de atrito estático ou cinético entre as superfícies. A força de atrito[26] atua sempre em sentido oposto ao movimento de um corpo[27], assim, o trabalho realizado por ela é sempre negativo ($W < 0$).

Na Figura A.10 é possível identificar a atuação da força de atrito ($\vec{f}_a$) – além de outras forças já conhecidas, tais como, a força normal $\vec{N}$, a força peso $\vec{P}$ e a força $\vec{F}$ que age no intuito de fazer com que o bloco apresentado na figura adquira movimento. É válido observar que $\vec{F}$ e $\vec{f}_a$ possuem sentidos opostos e, consequentemente, tem-se um trabalho total realizado pela força de atrito não nulo.

---

[26] Atuação de força de atrito pode ser simulada no site PHET: https://phet.colorado.edu/sims/html/forces-and-motion-basics/latest/forces-and-motion-basics_pt_BR.html.

[27] Tomando o cuidado, que uma pessoa subindo em uma rampa, possui uma força de atrito apontada no sentido do deslocamento, evitando que o mesmo não escorregue, e, outra oposta ao deslocamento de forma que ele suba na rampa.

Podemos, ainda, afirmar que o trabalho realizado pela força de atrito para ir de A atéB, é dado por:

$$W_{A\to B} = -\int_A^B \mu_c N\, dx = -\mu_c\, N\, (B - A). \qquad [A.34]$$

E, o trabalho realizado pelo mesmo para retornar de B atéA:

$$W_{B\to A} = \int_B^A \mu_c N\, dx = \mu_c\, N\, (A - B) = -W_{A\to B}. \qquad [A.35]$$

De forma que somando as Equações [A.34] e [1.35], o trabalho total é igual a:

$$W_T = W_{A\to B} + W_{B\to A} = 2\, W_{A\to B} = -2\mu_c N(\Delta x) \neq 0 \qquad [A.36]$$

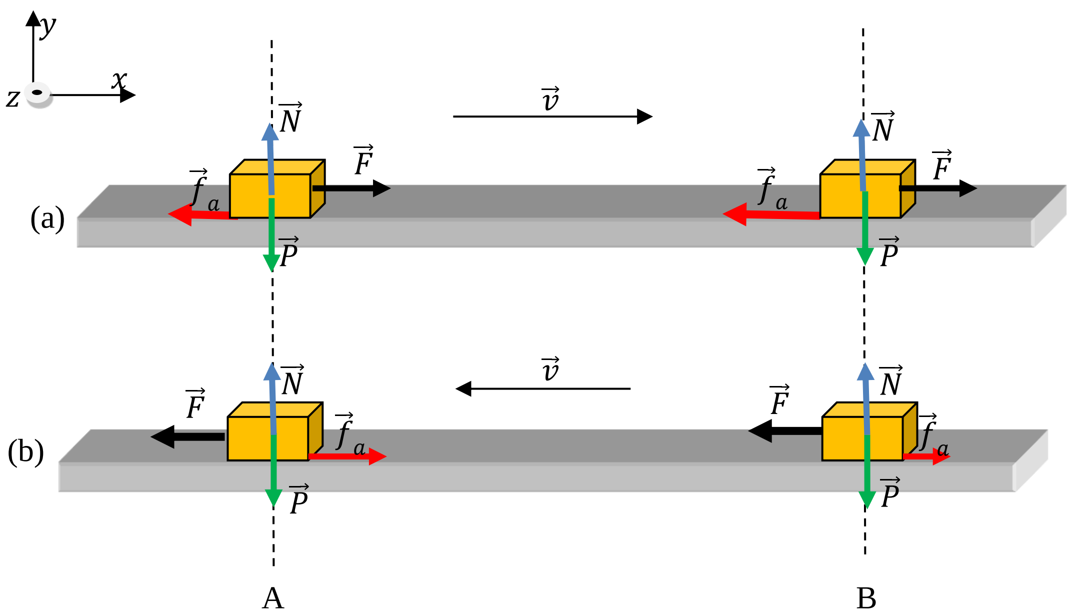


Figura A.10 - Representação das forças que atuam sobre um bloco ao entrar em movimento pela ação de uma força $\vec{F}$ e atuação da força de atrito $\vec{f}_a$ no caso cinético (superfície não lisa), (a) para ir de A até B e em (b) para retornar de B até A. As demais forças são: $\vec{N}$ a força normal e $\vec{P}$ a força peso estão em equilíbrio. Indicado ainda a velocidade ($\vec{v}$) do bloco e seu sentido de movimento. FONTE: o autor.

Diante do exposto, podemos afirmar que a força elástica e a força gravitacional (próximo à superfície da Terra – força peso) são conservativas:

mostradas em termos do trabalho total realizado por elas em um percurso fechado ser nulo, e independente da trajetória (dependendo somente dos pontos inicial e final). Com relação à força de atrito, esta é não conservativa, mostrada por meio do trabalho total realizado em um percurso fechado, e complementado conforme afirmado por Halliday: "[....]. Se o trabalho total para o percurso completo não é nulo, diz-se que a força é não-conservativa." [*Hall11*].

As forças não conservativas também são conhecidas por forças dissipativas, e dentro do conceito de energia, a seguir, apresenta-se o motivo da atribuição desse termo.

A.3.4 Energia Mecânica

Inicialmente podemos considerar que o termo energia pode tomar diversos significados de acordo com o contexto em que estiver sendo empregado. É comum ouvirmos: *"Nossa, fulano tem muita energia!", "Esse alimento vai te dar muita energia!", "Precisa de muita energia para levantar esse carro!".* Ideias como essas são comuns em nosso cotidiano. Mas, o caráter científico do termo energia deve ser evidenciado.

Nas tentativas de elaborarem modelos para, posteriormente, poderem estudar os fenômenos, cientistas do século XIX observaram que em todos os fenômenos naturais, até então conhecidos, permaneciam como uma grandeza física que se mantinha constante após determinado processo físico ou químico. Essa grandeza foi denominada *energia*. O comportamento da energia inerente aos fenômenos naturais respeita à lei de conservação[28] de energia, enunciada como: "A energia do Universo é constante; não pode ser criada nem destruída, mas apenas transformada em diversas modalidades". *[Fuk16]*

Richard Feynman[29] (1918-1988), físico estadunidense do século XX apresentou o seguinte pensamento em relação a esta lei:

---

[28]Uma das leis de conservação mais famosas é a Lei de conservação de massas. Conforme postulado pelo químico francês Antoine Laurent Lavoisier em 1785, denominado de Lei de Lavoisier informa: "Na natureza nada se cria, nada se perde, tudo se transforma". Portanto, algo que se conserva, depende somente de seu estado final que deve ser igual ao seu estado inicial.
[29]Feynman conquistou em 1965, o Prêmio Nobel de Física, por resolver com sucesso problemas relacionados à teoria da eletrodinâmica quântica.

> “Ainda não sabemos o que é energia. Não sabemos por ser a energia uma coisa “estranha”. A única coisa de que temos certeza e que a natureza nos permite observar é uma realidade, ou, se preferir, uma lei, chamada conservação da energia. Essa lei diz que existe ”algo”, uma quantidade que chamamos de energia, que se modifica em forma, mas que a cada momento que a medimos, sempre apresenta o mesmo resultado numérico. É incrível que algo assim aconteça [...] A energia se apresenta de diferentes formas, que podem ser mecânica, calorífica, química, nuclear, mássica. Apresentando-se sempre de formas variadas, com várias roupagens, mas sempre – e até hoje não encontramos exceção- sempre conserva. Algo realmente intrigante”. (Ciências. O que é Energia? Disponível em: <http://www.conteduc.dcc.ufba.br/index.php?option=com_content&view=article&id=59&Itemid=555>, Acesso em 07/12/2018).

Como exposto, Feynman nos tenta mostrar que o conceito de energia é abstrato, de difícil entendimento, o que pode levar as pessoas a definir esse termo de maneira equivocada *[Fuk16]*. No aspecto físico, pode-se entender energia como característica de um corpo ou de um sistema de corpos, relacionando-os com a sua capacidade em produzir movimento.

Existem muitos tipos de energia. Considera-se uma forma especial: a energia cinética, ou seja, a energia associada ao movimento de um corpo. Esta energia também pode ser armazenada em um sistema em termos de energia potencial, ou ser transformada em outras formas de energia, tais como, química, elétrica, térmica, entre outras. A seguir, apresentam-se os tipos de energia que iremos utilizar no presente trabalho: a Energia Mecânica que é composta da Energia Cinética e Energia Potencial.

A.3.4.1 Energia Cinética (E_c)

A energia cinética, E_c, de um corpo é uma grandeza escalar, definida como o *trabalho total que deve ser realizado sobre a* partícula*/corpo*[30] *para trazê-la de um estado de repouso até uma velocidade* v.

Isso pode ser demonstrado partindo da equação do trabalho (Eq. [A.22]), considerando de forma unidimensional para a situação física apresentada na Figura A.9 (de (a) até (d)) além da equação fundamental da dinâmica[31]:

[30]Como não estamos considerando as dimensões do corpo, e todas as forças atuam no centro de massa do mesmo, o corpo pode ser considerado como uma partícula.

$$W = \int F\, dy \qquad [A.37]$$

A força que provoca o movimento é dada por: $F = m\frac{d|\vec{v}|}{dt} = m\frac{dv}{dt}$.
Sendo essa a segunda lei de Newton para o movimento. Que ao ser substituída na expressão do trabalho (Eq. [A.22]) fica escrita na forma:

$$W = \int m\frac{dv}{dt}dy. \qquad [A.38]$$

Fazendo duas considerações na Equação [A.38]: de que a massa seja constante e substituindo $\frac{dy}{dt}$ pela velocidade v, ou seja, realizando uma mudança de variável, a Eq. [A.38] se torna:

$$W = m\int_{v_0}^{v} v\, dv. \qquad [A.39]$$

Integrando a Eq. [A.39] em v, resulta em:

$$W = \frac{1}{2}m\,(v^2 - v_0^2) = \Delta E_c. \qquad [A.40]$$

.

A Equação [A.40] é conhecida como o **Teorema Trabalho-Energia Cinética**, em que a quantidade $\frac{1}{2}\,m\,v^2$ é definida como energia cinética E_c, conforme apresentada na Equação [A.41]:

$$E_c = \frac{1}{2}\,mv^2\,. \qquad [A.41]$$

[31] Esta mesma equação pode ser obtida considerando a cinemática (equação de Torricelli $v^2 = v_0^2 + 2\,a\,d$) e dinâmica ($F = ma$). Logo: $W = F\,d\,cos\theta$, em que, $\theta = 0^o$, força e deslocamento estão em um mesmo sentido: $W = Fd = m\,a\,d = \frac{m(v^2 - v_0^2)}{2} = \Delta E_c$.

Independente qual seja a direção e sentido da velocidade $\vec{v}$, a energia cinética é sempre positiva. Lembrando que a energia é uma quantidade escalar, no caso a massa m é um escalar, bem como o termo da velocidade ao quadrado v^2. Embora a energia cinética seja sempre positiva, a sua variação ΔE_c (Equação [A.30]) poderá ser positiva, negativa ou nula.

A próxima energia a ser apresentada é a energia potencial; veremos que essa é um tipo de energia que está associada às forças conservativas (apresentada na seção A.3.2).

A.3.4.2 Energia Potencial (E_P)

A energia potencial pode ser definida como um tipo de energia que pode ser armazenada em determinado corpo, podendo ser transformada em trabalho. Entre os tipos de energia conhecidos, daremos ênfase à energia potencial gravitacional e energia potencial elástica. Destacamos que toda a energia potencial é produzida pela aplicação de uma força conservativa, conforme visto na seção A.3.2.

- Vejamos o caso do trabalho realizado por uma mola apresentado na Equação [A.25].

A quantidade $\frac{1}{2}\,k\,y^2$ é definida como a energia potencial elástica (no caso da mola). Assim, temos:

$$E_{P_{el}} = \frac{1}{2}ky^2 \qquad [\mathrm{A}.42]$$

E, o trabalho realizado pela mola é dado por:

$$W_m = -\Delta E_P. \qquad [\mathrm{A}.43]$$

- Enquanto que, o caso de uma massa abandonada verticalmente de uma altura (h_0) até um ponto mais baixo (h), em que somente atua a força peso $\vec{P}$ (Figura A.11).

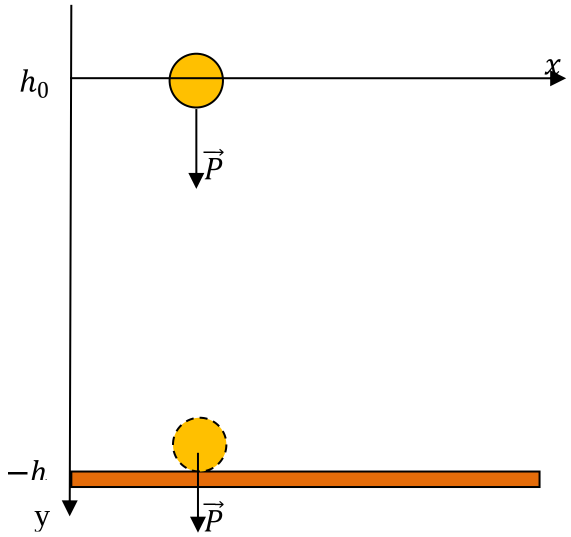


Figura A.11 - Figura ilustrativa indicando o referencial, utilizando o sistema cartesiano - plano (x,y), de liberação de um corpo de massa m, de uma altura h, sendo a única força atuando durante o movimento ser a força peso ($\vec{P}$). FONTE: o autor.

Para este corpo somente a coordenada y (considerada a vertical) é quem definirá como se arranjará esse sistema. Leva-se em consideração tal informação, pois é necessário admitir casos em que analisamos o trabalho W sobre apenas um objeto do sistema.

Como afirmado por Halliday, 2011:

> A energia potencial E_p é uma energia associada à *configuração* de um sistema. Aqui "configuração" significa como os componentes de um sistema estão dispostos com respeito aos demais (por exemplo, a compressão ou alongamento da mola no sistema bloco-mola; ou a altura da bola no sistema bola-Terra). (Halliday et al, 2011, p.292) *[Hall11]*

Como a única força atuante é a força peso desprezando as forças dissipativas, o trabalho realizado por essa força é dado por:

$$W = \int_{h_0}^{-h} P\, dy = \int_{h_0}^{-h} mg\ dy = mg \int_{h_0}^{-h} dy = -mg\,(h - h_0). \qquad [A.44]$$

Definindo a quantidade mgh como a (energia potencial gravitacional E_{P_G}), ou seja, que:

$$E_{P_G} = mgh\,. \qquad [A.45]$$

O trabalho (Equação [A.44]) será dado por:

$$W = -\Delta E_{PG}. \qquad [A.46]$$

.

Portanto, podemos escrever independente da força conservativa em questão que, a Equação [A.46] nos apresenta, em caráter matemático, o trabalho realizado por uma força em uma dimensão. *[Hall11]*

$$\Delta E_p = E_p(y_f) - E_p(y_i) = W = -\int_{y_i}^{y_f} F_y\, dy\,. \qquad [A.47]$$

A Equação [A.47] permite determinar a diferença de energia potencial ΔE_p entre dois pontos y_i e y_f quando um determinado corpo sofre a ação de uma força $|\vec{F}_y(y)|$. Ao utilizarmos um ponto arbitrário y em relação à referência y_0, obtemos a Equação [A.48].

$$E_p(\mathrm{y}) - E_p(y_0) = -\int_{y_0}^{y} Fy\, dy, \qquad [A.48]$$

podemos então escrever uma relação unidimensional entre a força conservativa e a energia potencial:

$$F_y = -\frac{dE_P}{dy}. \qquad [A.49]$$

A Equação [A.49] escrita de forma geral[32]:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_P\,. \qquad [A.50]$$

[32] O termo: $\vec{\nabla}$ é denominado de gradiente. Em coordenadas cartesianas é escrito como derivada parcial em relação à posição de cada variável: x, y, z, indicadas as suas respectivas direções e sentidos: $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$.

Desta maneira, podemos dizer que a energia potencial é uma energia acumulada em determinado sistema por determinada força conservativa.

Vale frisar que uma vez armazenada, estas energias podem ser transformadas em energia cinética, ou seja, são capazes de produzir movimento. Esse fato pode ser visto matematicamente por meio da junção das Equações [A.40] e [A.43] em que:

$$\Delta E_c = -\Delta E_P \quad . \qquad [A.51]$$

Definidos a Energia Cinética associada ao movimento do corpo, e a Energia potencial que é a energia acumulada pelo corpo e que depende da configuração do sistema. E, que uma energia pode se transformar em outra e vice-versa, vejamos ao que esta transformação nos conduz.

A.3.5 Conservação da Energia Mecânica

Ao combinarmos os conceitos de energia cinética e energia potencial apresentados nas subseções A.6.1 e A.6.2, se obtém uma lei denominada *lei de conservação da energia mecânica* ou *princípio da conservação de energia mecânica.*

O físico Richard Feynman (1918-1988) considera o princípio de conservação de energia exato e sem exceções, ou seja, é uma lei que impera sobre todos os fenômenos da natureza.

> Existe um fato, ou se você preferir, uma *lei* que governa todos os fenômenos naturais que são conhecidos até hoje. Não se conhece nenhuma exceção a essa lei – ela é exata até onde sabemos. A lei é chamada de *conservação da energia*. Nela enunciasse que existe uma certa quantidade, que chamamos de energia, que não muda nas múltiplas modificações pelas quais a natureza passa. Essa é uma ideia muito abstrata, por que é um princípio matemático; ela diz que existe uma quantidade numérica que não muda quando algo acontece. Não é a descrição de um mecanismo ou algo concreto; é apenas um estranho fato de que podemos calcular algum número e, quando terminamos de observar a natureza fazer seus truques e calculamos o número novamente, ele é o mesmo (FEYNMAN, 2008, p.4-1). [*Feyn08*].

Concluímos por meio da Equação [A.51], que um aumento na energia cinética equivale à uma redução na energia potencial do sistema conservativo massa-mola, ou seja: $\Delta E_c = -\Delta E_P$.

Para um sistema constituído por muitos corpos interagindo entre si por meio de forças conservativas (elástica da mola, gravitacional, elétrica, dentre outras) podemos concluir que a mudança total na energia cinética de todos os corpos constituintes do sistema é igual em intensidade, porém oposta em sinal, à mudança total ocorrida na energia potencial do sistema. Essa definição está presente na Equação [A.52].

$$\Delta E_{c_{total}} = -\Delta E_{P_{total}} . \qquad [A.52]$$

De maneira a ter mais utilidade, podemos reescrever a Equação [A.51] conforme disposto na Equação [A.52]:

$$\Delta E_{c_{total}} + \Delta E_{P_{total}} = 0 \qquad [A.53]$$

A expressão matemática [A.53] afirma que, quando atuam apenas forças conservativas em um sistema, qualquer mudança na energia total deste, deverá ser equilibrada por uma mudança de igual valor e sinal oposto na sua energia potencial, visando à nulidade da soma de tais mudanças. Definindo o somatório: $\Delta E_{c_{total}} + \Delta E_{P_{total}}$ como variação a energia mecânica total $\Delta E_{m_{total}}$, a Equação [A.53] fica representada na forma:

$$\Delta\left(E_{c_{total}} + E_{p_{total}}\right) = \Delta E_{m_{total}} = 0 . \qquad [A.54]$$

E, da Equação [A.54] a quantidade $(E_c + E_P)$ denominada de energia mecânica (E_m) foi definida como:

$$E_c + E_P = E_m . \qquad [A.55]$$

Caso haja uma variação em qualquer tipo de energia (cinética ou potencial) a variação da energia mecânica deverá permanecer constante. Condição válida somente na ausência de forças dissipativas.

A Equação [A.54], escrita na forma: $E_{m_{total_f}} - E_{m_{total_i}} = 0$ tal que:

$$E_{m_{total_i}} = E_{m_{total_f}}\,, \qquad [\mathrm{A}.56]$$

em que os índices i e f são as situações inicial e final da energia mecânica total do sistema, respectivamente, demonstrando que estas são iguais. Representamos matematicamente em [A.54] a lei da conservação da energia mecânica que é definida como:

Em um sistema isolado em que atuem apenas forças conservativas, a energia mecânica total permanece constante.

Uma vez agindo sobre um corpo em um sistema, as forças podem transformar energia potencial em cinética ou vice-versa. Além disso, pode-se converter um tipo de energia potencial em outro tipo de energia potencial, mas a energia mecânica total deverá ser constante. O atrito (neste caso apresentado como uma força não-conservativa, por dissipar a energia potencial, ou seja, realizar trabalho negativo) caso passe a agir no sistema faz com que E_{total} não seja mais constante.

Nussenzveig (2002) afirma não conhecer força não-conservativa que viole o Princípio da Cons. de Energia, quando consideramos um sistema isolado. Além disso, o autor relata a importância do princípio de conservação de energia total de um sistema:

> Nesse sentido mais amplo de conservação de energia *total*, podemos dizer que não se conhece nenhuma força não conservativa, ou seja, não foi descoberto até hoje nenhum fenômeno em que seja violado o princípio de conservação da energia total de um sistema isolado. Esta é uma das razões que fazem deste princípio um dos mais importantes da física. À medida que ampliamos nosso conhecimento dos fenômenos físicos, vemos surgir ampliações sucessivas do conceito de energia, inclusive, ao penetrarmos no domínio relativístico, com a célebre descoberta de Einstein da relação entre massa e energia. (Nussenzveig, 2002, p. 142). *[Nus02]*

Num sentido mais restrito do princípio de conservação de energia mecânica, consideremos o sistema massa-mola apresentado como principal proposta do presente PE. Ao determinarmos a constante elástica da mola k:

- Método estático: a transformação está entre energia potencial gravitacional em energia potencial elástica e vice versa;
- Método dinâmico: provocamos oscilações a um sistema constituído por energia potencial elástica (E_{P_E}) presente na força que a mola exerce contra o movimento da massa e a potencial gravitacional (E_{P_G}) pela massa estar posicionada a uma altura h da posição de alongamento máximo da mola. E a conversão dessas energias em energia cinética E_c e vice-versa.

De modo que, a soma das energias em ambas as situações têm como energias inerentes a cada sistema nulas.

A.3.6 Aplicações da Lei de Conservação de Energia Mecânica

Nesta seção apresentam-se três aplicações da Lei da Conservação de Energia Mecânica. As duas primeiras utilizando as equações obtidas até o momento sobre energia: determinação da expressão da constante elástica para os casos - estático e dinâmico; e a terceira aplicação de forma mais lúdica que trata da “lata mágica”.

O objetivo desta seção é relacionar os dois conceitos físicos desenvolvidos: Lei de Hooke e Conservação de Energia.

A.3.6.1 Constante Elástica – Método Estático

Nesta seção obter-se-á a Equação [A.12] por meio da lei de conservação da energia mecânica:

Essa lei informa que a energia mecânica total inicial é igual à energia mecânica total final. No sistema massa-mola da Figura A.1 (a), e readequado na Figura A.12, fica escrita na forma:

$$E_{m_i} = E_{m_f}$$

$$E_{p_i} + E_{c_i} = E_{p_f} + E_{c_f}\,. \qquad [A.57]$$

Para isso, consideram-se as forças dissipativas desprezíveis, e a atuação somente das forças conservativas, no caso, a força peso e a força elástica (força da mola).

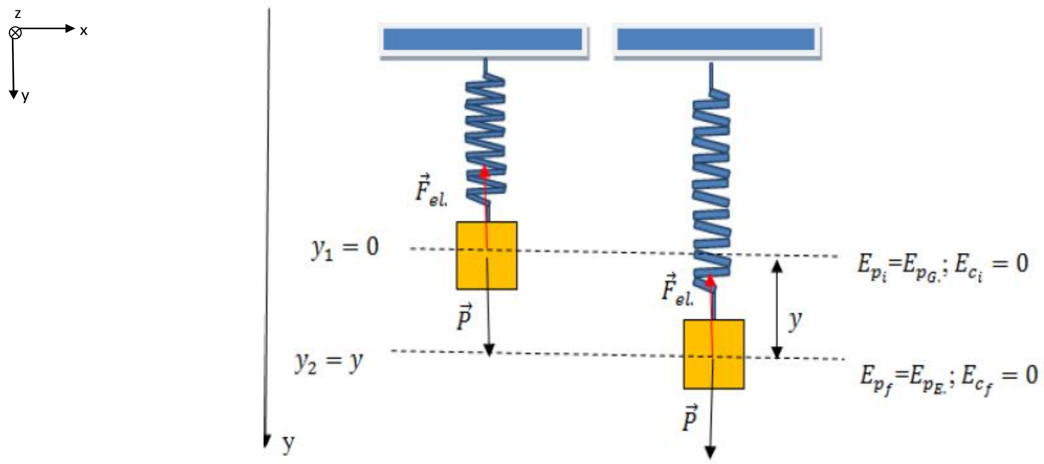


Figura A.12 - Figura esquemática de um sistema massa-mola para a obtenção da constante elástica para o método estático. As forças que atuam no sistema provocando um deslocamento Δy, são a força elástica $\vec{F}_{el.}$, e a força peso $\vec{P}$, em equilíbrio estático. Os índices i e f que acompanham as representações de energia cinética e potencial simbolizam os estados inicial e final, respectivamente. FONTE**:** o autor.

Abrindo a Equação [A.50], em coordenadas cartesianas:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}E_p = \left(-\frac{\partial E_p}{\partial x}\hat{\imath}\right) + \left(-\frac{\partial E_p}{\partial y}\hat{\jmath}\right) + \left(-\frac{\partial E_p}{\partial z}\hat{k}\right) = F_x\hat{\imath} + F_y\hat{\jmath} + F_z\hat{k} \qquad [A.58]$$

Considerando a direção y, sentido para baixo indicado pelo vetor unitário $\hat{\jmath}$, a energia potencial pode ser escrita em termos da força da seguinte forma:

$$E_p = -\int F_y\, dy. \qquad [A.59]$$

Utilizando a Equação [A.59] obtêm-se que a energia potencial gravitacional é dada por $E_{PG} = -\, mg\Delta y$ e a energia potencial elástica, por $E_{PE} = \frac{-\, k\, (\Delta y)^2}{2}$; conforme apresentado nas Equações [A.42] e [A.45]. Já a energia cinética (Equação [A.41]) seria dada por $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, mas como o sistema é estático $v = 0$, tal que a $E_c = 0$.

Por fim, substituindo as equações das energias potenciais e cinética na Equação [A.57]:

$$-\, mg\Delta y + 0 = -k\ (\Delta y)^2 + 0 \qquad [A.60]$$

Isolando o termo da constante Elástica na Equação [A.60] obtém-se:

$$k = \frac{mg}{\Delta y} \qquad [A.61]$$

Logo, obtivemos a Equação [1.61] que é idêntica à Equação [A.12], obtida na subseção A.2.2.1, via Leis de Newton.

Na sequência, vejamos como obter a expressão da constante elástica para o caso dinâmico a partir da lei de conservação de energia mecânica.

A.3.6.2 Constante Elástica – Método Dinâmico

Na Figura A.13 é apresentado o sistema massa-mola, para obter a Equação [A.20] que é a expressão da constante elástica para o método dinâmico, por meio da Lei de Conservação de Energia Mecânica.

Diante do exposto na Figura A.13, considera-se que as forças dissipativas são desprezíveis no tempo de oscilação, atuando somente as forças conservativas, que são a força peso e a força elástica. O corpo é liberado na posição inicial (i) e a nova posição de equilíbrio é a posição (f). Primeiramente será obtida a velocidade do corpo nesse ponto. Posteriormente, utiliza-se o conhecimento da cinemática para obter uma equação diferencial ordinária (EDO) de segunda ordem, cuja solução já foi vista (Equação [A.17]).

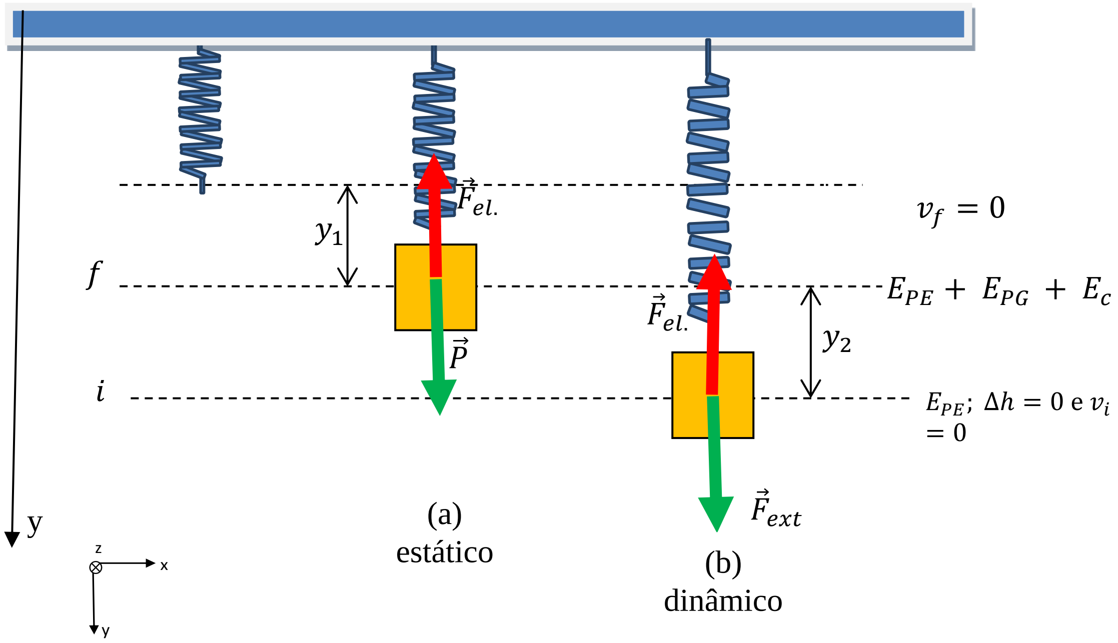


Figura A.13: Figura esquemática de um sistema massa-mola para obtenção da constante elástica do método dinâmico via lei da conservação de energia mecânica. As forças que atuam no sistema provocando um deslocamento $y_1 + y_2$ são: a força elástica $(\vec{F}_{el})$ e a força peso $\vec{P}$, em torno de um novo ponto de equilíbrio (f). FONTE: o autor.

Pela Lei de conservação de energia mecânica (Eq. [A.56]):

$$E_{m_i} = E_{m_f} \ .$$

Escrita em termos das energias potenciais: gravitacional (E_{PG}) e elástica (E_{PE}), e cinética (E_c): iniciais (i), e finais (f), tem-se que:

$$E_{PG_i} + E_{PE_i} + E_{c_i} = E_{PG_f} + E_{PE_f} + E_{c_f} \qquad [A.62]$$

Considerando a posição em i, dada por $y\,(= y_1 + y_2)$, as energias nas posições inicial e final na Equação [A.62] são respectivamente:

$$0 + \frac{1}{2}k\,(y_1 + y_2)^2 + 0 = \frac{1}{2}k\,y_1^2 + mg\,y_2 + \frac{mv^2}{2} \qquad [A.63]$$

Simplificando os termos iguais em ambos os lados da igualdade, obtém-se:

$$ky_1y_2 + \frac{ky_2^2}{2} = mgy_2 + \frac{mv^2}{2}, \qquad [A.64]$$

Como da Equação [A.61], $k = \frac{mg}{y_1}$, ponto de equilíbrio estático (no caso considerou-se $\Delta y = y_1$), na Equação [A.64] resta que:

$$\frac{ky_2^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \quad => \quad ky_2^2 = mv^2 \quad . \qquad [A.65]$$

Considerando a mola em oscilação, e que a velocidade da massa possa ser escrita em termos da aceleração como: $v^2 = -2a\,\frac{(y_1+y_2)}{2} = -a\,(y_1 + y_2) = -ay_2$, visto que em y_1 a aceleração é nula, a Equação [A.65] é reescrita da seguinte forma:

$$ky_2^2 = -may_2 => k\,y_2 = -m\,a = -m\,\frac{d^2y_2}{dt^2}. \qquad [A.66]$$

Sendo esta a equação diferencial ordinária (EDO) de segunda ordem, conforme nos apresenta a Equação [A.15], cuja solução é dada pela Equação [A.17], e satisfeita para $\omega^2 = \frac{k}{m}$. Lembrando que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, recaímos na mesma expressão obtida via segunda lei de Newton (Equação [A.20]):

$$k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2} \quad . \qquad [A.67]$$

Retornando ao caso tratado na seção A.2.1, ao se considerar o caso dinâmico de duas molas em série ou em paralelo (Figura A.14), o resultado obtido por meio da Equação [A.67] é referente a constante elástica equivalente seja em série ou em paralelo, visto que as molas irão oscilar com o mesmo período T.

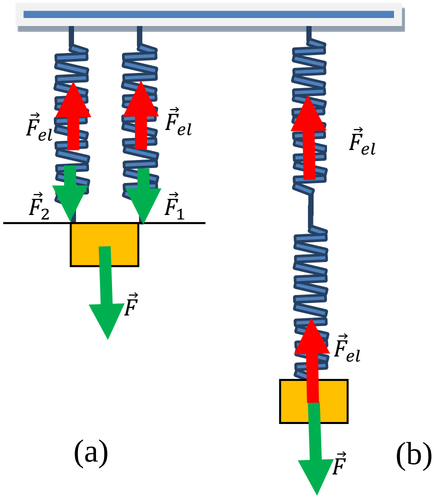


Figura A.14 - Desenho esquemático ilustrando a ação das forças elásticas $\vec{F}_{el}$ e forças equivalentes $\vec{F}$ em sistemas massa-molas. Em (a), pode-se observar um esquema de duas molas associadas em paralelo e em (b) duas molas associadas em série. Em ambos os casos, as molas oscilam com o mesmo período T e nestes casos obtemos a constante elástica k equivalente. FONTE: o autor.

Esclarecendo que caso fosse obter a constante elástica para o caso estático para as configurações ilustradas na Figura A.14, ficam válidos os raciocínios da seção A.2.1.

Após termos visto que a lei de conservação de energia mecânica é válida para o sistema massa-mola, desde que sejam desprezadas as forças dissipativas; e, que a energia armazenada na forma potencial se transforma em energia cinética e vice- versa. Apresenta-se a seguir, a teoria envolvida no armazenamento de energia potencial elástica de outra forma, não mais utilizando mola, mas um elástico torcido, deixando claro que se for substituído por uma mola torcida o resultado também é válido.

A.3.6.3 Armazenamento de Energia Potencial – A "lata energética"[33]

A "lata energética" também conhecida por lata mágica, não somente induz a compreensão do armazenamento de energia potencial elástica, como sua

[33] Na página da Azeheb há um vídeo mostrando a montagem e o funcionamento: https://azeheb.com.br/blog/experimento-de-fisica-lata-magica/; ou de forma opcional, um mais elaborado: https://www.youtube.com/watch?v=c8LB9_E-2w4 acesso em 20/07/2019.
Também conhecida como "lata" adestrada: https://www.youtube.com/watch?v=2_E5f-QxskM no manual do mundo. Acesso 20/05/2019.

transferência em termos de energia cinética, fazendo com que se mova. Portanto, em um curto período de tempo (em que se consideram as forças dissipativas desprezíveis), ocorre a conservação de energia mecânica, em que a energia potencial elástica armazenada por meio de um impulso na lata, transformando energia cinética em potencial, e a potencial elástica armazenada transforma de volta em cinética, trazendo a "lata" de volta (Figura A.15).

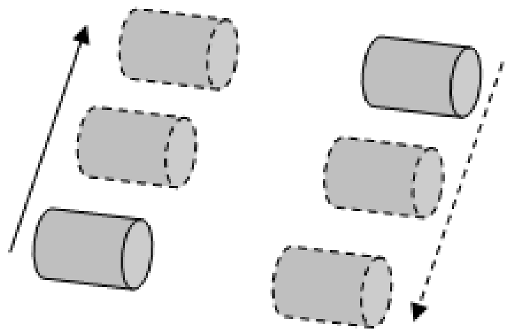


Figura A.15 - Desenho esquemático mostrando o movimento da "lata" de sair de um ponto e retornar ao mesmo ponto, somente pela atuação de uma força externa dando um impulso na lata. Por um sistema interno não visível, que funciona como um motor movido a "corda". FONTE: o autor.

O "segredo" desse curioso movimento está no circuito interno, e, utiliza-se um elástico e uma massa presa em sua linha mediana para realização de tal movimento. Nesse sistema as extremidades do elástico estão presas nas laterais (tampa e fundo) da "lata", utilizando, por exemplo, um palito de madeira. A massa presa pode ser uma pilha ou bateria, ou um parafuso com porca. Ao impulsionar a lata, ocorre a torção no elástico acumulando energia potencial elástica, e quando esse atinge um determinado ponto, para e essa energia acumulada é transformada em energia cinética, trazendo a lata de volta.

Esse é um dos experimentos utilizados no Produto Educacional (PE) do presente trabalho, em que se exploraram duas formas de atuação, uma somente com o armazenamento de energia potencial elástica, considerando o movimento da lata em uma superfície na horizontal, e a outra forma considerando o armazenamento de energia potencial elástica e a gravitacional, considerando o movimento em um plano inclinado.

Esse sistema é interessante, pois também é possível trabalhar outros conceitos, como por exemplo: calcular a velocidade inicial de impulso, considerando a cinemática. E, caso se considere o atrito, trabalhar o conceito trabalho da força de atrito (W_{fa}) com a variação da energia mecânica ($W_{fa} = \Delta E_m$). Este último talvez mais a nível universitário.

Referências

[Feyn08] FEYNMAN, Richard.(2008). *Lições de física de Feynman*. Trad. Adriana Válio Roque da Silva e Kaline Rabelo. Porto Alegre: Bookman.

[Fuk16] FUKUI, Ana. (org.) *[et al.]*. (2016). *Ser protagonista: física, 1º ano: ensino médio*. 3. ed. 1. São Paulo: SM.

[Guim14] GUIMARÃES, Osvaldo. PIQUEIRA, José R. CARRON, Wilson. (2014). *Física***.** 1ª ed. 1. São Paulo: Ed. Ática.

[Hall11] HALLIDAY, D. RESNICK, R. KRANE, K.S. (2011) *Física***.** 5ª ed. 1. Rio de Janeiro: LTC.

[Hall16] HALLIDAY, D. RESNICK, R. WALKER, J. (2016). *Fundamentos de Física*. 10ª ed. 1: Mecânica. Rio de Janeiro: LTC.

[Mer99] MERIAM, J. L. KRAIGE, L.G.(1999). *Mecânica – Dinâmica*. 4ª ed. Rio de Janeiro: LTC.

[MukFer18] MUKAI, H. FERNANDES, P. R. G. (2018). *Manual de Laboratório de Física I.* Disponível em: http://site.dfi.uem.br/downloads-apostilas/ Acesso em 17 de novembro de 2018.

[Nus02] NUSSENZVEIG, H. Moysés. (2002). *Curso de Física Básica***.** 1 – Mecânica. 4ª ed. São Paulo – SP: Edgar Blücher.

[ParFís08] PARANÁ, Secretaria do Estado da Educação. (2008). *Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Física.* Curitiba – PR: Jam3 Comunicações.

[Per13] Peruzzo, J.*A Física através de experimentos - Termodinâmica, Ondulatória e Óptica* (2013). 1ª ed. 2. Irani – SC: Edição do autor.

[Tor13] TORRES, C. M.A., FERRARO, N. G., SOARES, P. A. de T., PENTEADO, P. C. M. (2013). *Física Ciência e Tecnologia 1 – Mecânica*, 3ª ed. São Paulo: Ed. Moderna.

APÊNDICE B – Material para Impressão

Este apêndice está dividido em 4 etapas, uma para cada roteiro experimental sugerido no PE. Sendo as 3 primeiras para uso de um dos conjuntos experimentais doados pelo MEC, mais especificamente o de mecânica. Focados em explorar o sistema massa-mola para o estudo da Lei de Hooke associado a Lei de conservação de Energia Mecânica.

Ainda nesse último experimento abordou-se um sistema presente no livro didático público Ser Protagonista – Física; vol. 1 das Edições SM, tendo como Editora Responsável Ana Paula S. Nani. O manual, disposto na página 190 da 3ª edição, é a proposta como atividade laboratorial para o “fechamento” do Capítulo 8 que tem como tema principal “Energia e Trabalho”. Propuseram-se, neste trabalho, modificações na parte dos procedimentos, com a inclusão de um questionário prévio e na forma de aplicação. Assim, nesta SD a aplicação do experimento ocorreu de forma análoga, ou seja, antes do desenvolvimento da teoria, motivando os estudantes a construírem seus próprios conceitos e cabendo ao professor o papel de mediador do mesmo. No tema envolvido, o foco é o armazenamento de energia potencial se transformando em energia cinética. E que por um curto período de tempo, pode-se tratar o movimento o sistema como uma aplicação da lei de conservação de energia. Ou em um caso mais geral a lei de conservação de energia, de forma que inclua as forças dissipativas.

Os roteiros aqui apresentados estão na sequência do aplicado pelo autor do presente trabalho. Portanto, caso queiram utilizar individualmente, em algumas situações deverão ter em mãos o roteiro anterior para auxiliar na montagem experimental. Os procedimentos experimentais e se o objetivo for somente obter a constante elástica por métodos diferentes são independentes. Porém a interpretação para melhor aproveitamento sugere-se comparar os resultados, portanto ficam interligados.

Apresentam-se em cada etapa a sequência o Questionário Prévio (QPr), o Roteiro do Experimento, e o Questionário Posterior (QPo).

B.1. ETAPA 01

B.1.1 Questionário 01 de concepções prévias (QPr1)

(Aplicado aos estudantes antes da realização do experimento 01: Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal: Lei de Hooke - Caso Estático).

01. O que você entende por elasticidade?

____

____

____

02. O que você entende por materiais deformáveis?

____

____

____

03. Como você diferenciaria materiais deformáveis de materiais indeformáveis?

____

____

____

04. O que você sabe sobre a Lei de Hooke?

____

____

____

05. O que entende por constante elástica?

____

____

____

06.Como você relacionaria um sistema massa-mola com a conservação de energia?

____

____

____

B.1.2 Roteiro experimental 01 (Exp. 01): Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal - caso estático

Objetivos:

Verificar a lei de Hooke e determinar a constante elástica de uma mola helicoidal utilizando o método estático.

Materiais Utilizados:

01 suporte universal;

01 haste horizontal;

01 balança digital com aferição em gramas;

01 fixador metálico para pendurar a mola (suporte lateral);

01 régua de 30 cm;

01 fita adesiva;

01 tesoura sem ponta;

01 mola helicoidal A (mola com 1,5 cm diâmetro e 15,0 cm de comprimento do *kit* de mecânica);

07 a 08 massas de 20g cada (valores sugeridos).

01 m de fio de algodão ou de fio de nylon

Procedimento Experimental:

2. Monte o aparato experimental conforme a Figura 1(a). Utilize a fita adesiva para prender a régua de 30 cm ((5) na Figura 1) na lateral da haste vertical ((2) na Figura 1). Em (b) em destaque a altura para fixar a régua: a extremidade da mola deve estar alinhada na posição 0,00 cm da régua.

3. Enumere as massas e meça a massa individual ou de cada conjunto (sugestão: iniciar com 60 g + suporte para massas). Se as massas são de valores não conhecidos, ou se utilizar um suporte cujo valor da massa não possa ser desprezado como a de um pedaço de fio de nylon. Para utilizar o fio de nylon ou algodão como suporte una-as conforme indicado na Figura 1 (c). Se necessário una duas massas pelo fio, formando 4 conjuntos de massas separados. Anote valores do conjunto suspenso após realizar a aferição das mesmas em uma balança digital. Anote os dados das massas na Tabela 1;

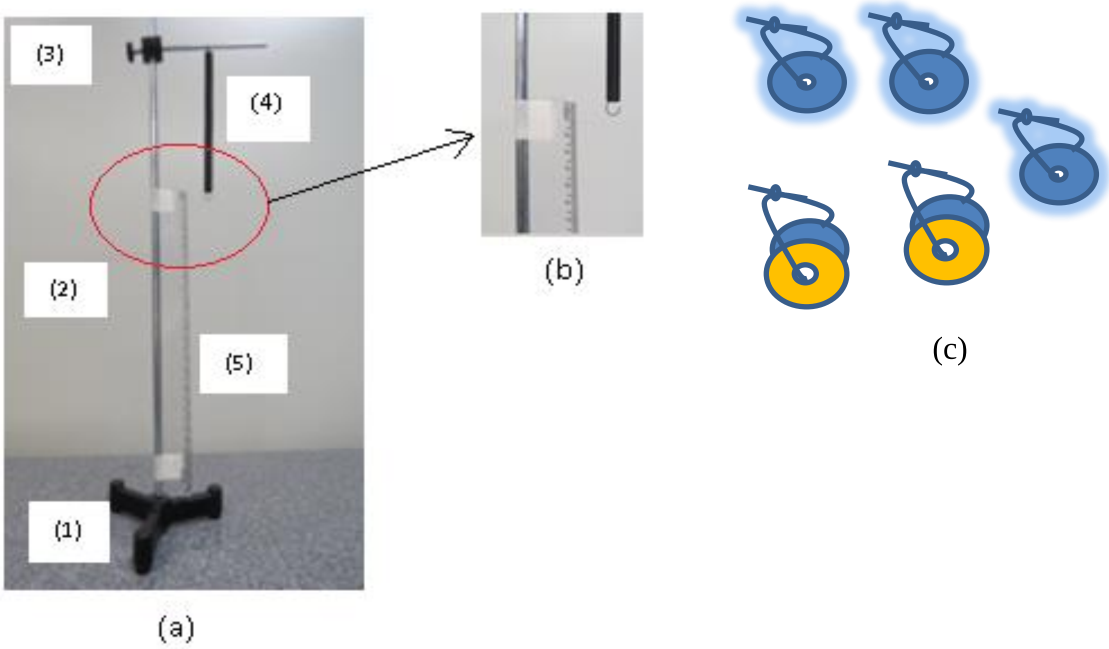


Figura 1 - (a) Foto da montagem inicial para determinação da constante elástica da mola A. Em que: (1) Base da haste; (2) Haste do suporte; (3) suporte lateral; (4) mola helicoidal; (5) régua. Em destaque (b) a indicação da posição do comprimento inicial da mola *A*, L_0 = 0 cm. (c) Desenho esquemático indicando um conjunto de 5 massas presas por fios (de algodão ou nylon), para ser suspensos diretamente no gancho da mola. FONTE: o autor.

4. Determine a força peso para as massas suspensas, por meio da equação: $F = P = m\,g$, adotando $g = 980cm/s^2$, anotando o valor obtido na Tabela 1, na coluna: $F = P\ (dinas)$;

5. Suspenda pelo fio ou suporte, o conjunto (60 g (massas aferidas) + suporte para massas) na extremidade da mola;

6. Verifique a distensão $\Delta L = L - L_0$ sofrida pela mola, anotando o valor obtido na Tabela 1 (coluna ΔL (cm));

7. Retire o conjunto ($m_1 =$ 60 g (massas aferidas) + suporte para massas) e verifique se a mola volta para a posição inicial $L_0 = 0{,}00$ cm.

8. Retorne o conjunto de massas na extremidade da mola e acrescente nova(s) massa(s) (sugestão 20g), anote o deslocamento na Tabela 1.

9. Repita o passo 2 a 7 para as demais massas completando a Tabela 1.

10. Calcule a constante elástica por meio da Equação $k = \frac{F=P}{\Delta L}$.

Tabela 1 - Dados para determinação da constante elástica da mola A: Massa (g) são os valores das massas individuais a ser colocada no suporte para pendurar na mola; m_T (g) é a massa total formada pelas massas individuais mais seu suporte; P a força peso para $g = 980\ cm/s^2)$ e ΔL (cm)) o deslocamento causada para cada conjunto de massas suspensas na mola. FONTE: o autor.

Massa(g)	**Massa Total (m_T(g))**	***F* (din) = *P* = m_T. *g***	**ΔL(cm)**	$\boldsymbol{k = \frac{F}{\Delta L}}$ **(dinas/cm)**
60				
80				
100				
120				
140				
Média aritmética da constante elástica (*k*) da mola				
Massa do Gancho:_____________g (caso seja utilizado).				

B.1.3 Questionário Avaliativo 01 (QPo1)

A ser aplicado posteriormente realização do Experimento 01 (Exp. 01)

a) O que aconteceu com os valores de ΔL, à medida que F aumentou?

____

____

____

b) Confeccione numa folha de papel milimetrado (Figura 2) o gráfico de F em função de ΔL.

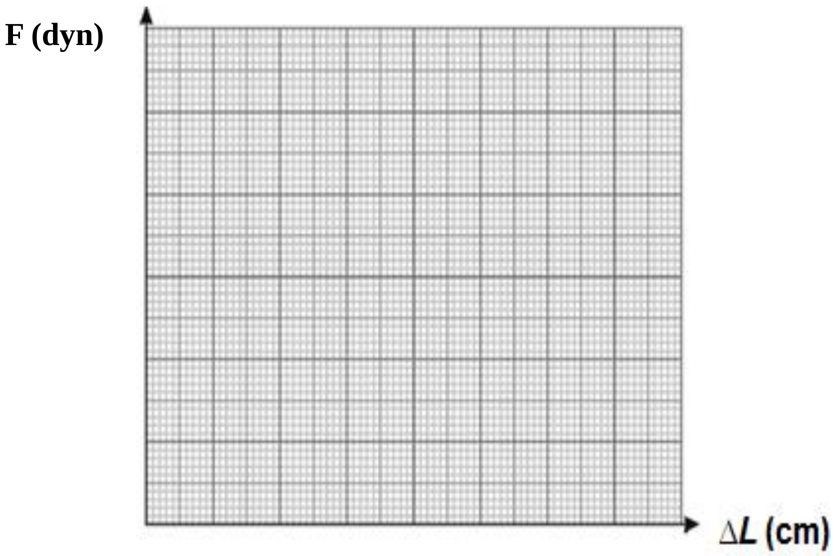


Figura 2: Gráfico força (F) em dinas (dyn) versus a variação de distensão da mola (ΔL) medida em centímetros (cm). FONTE: o autor.

c) Qual é a relação existente entre F e ΔL?

____

____

____

d) Sendo uma relação linear entre F e ΔL, trace uma reta média entre os pontos experimentais obtidos e determine o coeficiente angular dessa reta com suas respectivas unidades.

____

____

e)Sendo uma relação linear entre F e ΔL, trace uma reta média entre os pontos experimentais obtidos e determine o coeficiente linear dessa reta.

f) Qual é o significado físico dos coeficientes angular e linear obtidos nos itens "*d*" e "*e*"?

g) A mola ultrapassou o limite de elasticidade? O que seria esse limite de elasticidade?

h) Os resultados obtidos comprovam a lei de Hooke? Em caso afirmativo, enuncie a lei.

B.2 ETAPA 2

B.2.1 Questionário 01 de concepções prévias (QPr1)

(A ser aplicado antes da realização do Experimento 02 (Exp. 02) - Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal - caso dinâmico)

01. Você acha que seria possível determinar a constante elástica de uma mola usando-se movimentos oscilatórios?

____

____

____

02. Qual a sua definição para movimento oscilatório?

____

____

____

____

03. De acordo com a etapa I que você realizou, é possível chegar a um mesmo valor de *k* usando-se procedimentos diferentes?

____

____

____

04.De acordo com suas concepções, qual(is) é (são) o(s) principal (is) erro(s) que pode(m) ocorrer na realização da etapa II (caso dinâmico) para determinar a constante elástica de uma mola?

____

____

____

____

B.2.2 Roteiro experimental 02 (Exp. 02) - Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal - caso dinâmico.

Objetivos:

Verificar a lei de Hooke e determinar a constante elástica de uma mola helicoidal utilizando-se de movimentos oscilatórios.

Materiais Utilizados:

01 suporte universal;

01 haste vertical;

01 balança digital com aferição em gramas;

01 fixador metálico para pendurar a mola (suporte lateral);

01 régua de 30 cm;

01 fita adesiva;

01 tesoura sem ponta;

01 mola helicoidal (mola com 1,5 cm de diâmetro e 15,0 cm de comprimento do*kit* de mecânica);

01 conjunto de massas (sugestão: utilize as massas do Exp. 01, 20g cada, o ideal é utilizar uma quantidade total em que o movimento oscilatório permita uma boa aferição do tempo – faça testes para ver qual o melhor - esse valor permanecerá fixo).

01 suporte de massas ou utilizar o fio de algodão ou de nylon como suporte para as massas;

01 cronômetro.

Procedimento Experimental:

(a) Monte o aparato experimental, utilizando o suporte universal e prendendo com fita adesiva a régua de 30 cm na lateral da haste vertical, como apresentado na Figura 1 (a) da parte estática.

(b) Posicione a extremidade inferior na mola em L_0 = 0,00 cm (Figura 1(b) da parte estática).

(c) Meça a massa do conjunto (massa + suporte para massas (anote na Tabela 2));Para facilitar utilize as mesmas massas do Exp. 01 para formar o conjunto a ser utilizado. Caso vá executar somente este experimento, prepare as massas conforme indicado na Figura 1 (c).

(d) Suspenda o conjunto (massa + suporte para massas) na extremidade da mola;

(e) Puxe ou eleve (observe na régua o quanto foi alongada ou elevada, para que possa liberar sempre do mesmo ponto) manualmente a(s) massa(s) no sentido vertical tal que saia da posição de equilíbrio, solte o conjunto de massas e simultaneamente acione o cronômetro que deve estar zerado. Cronometre o tempo total para realizar três oscilações completas (1 oscilação completa = 1 período (T) = o processo ida e volta);

(f) Para a mesma massa repita 10 vezes o processo do item 5.Lembre-se de zerar o cronômetro a cada tomada de tempo.

(g) Determine o valor do período, *T*, de oscilação do sistema a partir dos valores médios dos tempos (tempo total dividido pelo número de oscilações – nesse caso, três). Após, divida pelo número de repetições (no caso 10) para obter o valor do período médio. Anote os valores na Tabela 2.

Tabela 2 - Tempos medidos e período médio para três oscilações completas, repetindo-se dez vezes o processo. FONTE: o autor.

Processo (medida)	**Tempo total medido (s)**	**Período médio (s)**
01		
02		
03		
04		
05		
06		
07		
08		
09		
10		
Tempo de 01 Período das 10 repetições ($T_m(s)$)		
Massa total suspensa ($m(g)$)		
$k_{dinâmico}\ (\frac{dyn}{cm})$		

(h) Para a determinação da constante elástica da mola helicoidal utilizada, remetemos à Equação:

$$k_{dinâmico} = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \quad .$$

Considere $\pi = 3{,}14$. Use o período médio (T_m) em T.

B.2.1 Questionário Avaliativo 02 (QPo2)

(A ser aplicado após a realização do Experimento 02 (Exp. 02))

a) Determine a constante elástica, utilizando-se do processo dinâmico (lembrando-se que se trata de movimento oscilatório).

b) O valor de *k* obtido foi o mesmo em relação ao que o grupo conseguiu no processo estático?

c) A mola ultrapassou o limite de elasticidade? O que seria esse limite de elasticidade?

d) Os resultados obtidos comprovam a lei de Hooke? Como pode afirmar isso?

e) Quais foram as dificuldades e facilidades que você pode apontar na realização deste experimento?

B.3 ETAPA 03

B.3.1 Questionário 03 (QPr3) concepções prévias

(A ser aplicado aos estudantes antes da realização do experimento 03 - Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal: Lei de Hooke - Associação de molas em Série e em Paralelo)

01. O que você entende por associação de molas?

____
____
____

Você acha ser possível determinar a constante elástica de mais de uma mola por vez? Como?

____
____
____

03. Qual deve ser o valor teórico da constante elástica da associação em série, de acordo com seu raciocínio? (o dobro, a metade ou a raiz quadrada da constante de uma das molas).

____
____
____

04. Qual deve ser o valor teórico da constante elástica da associação em paralelo, de acordo com seu raciocínio? (o dobro, a metade ou a raiz quadrada da constante de uma das molas).

____
____

05.Você acha que ao se utilizar mais de uma mola e tentamos determinar sua constante elástica, estamos mais propensos ao erro? Por quê?

____
____

06.Como você relacionaria uma associação de molas (em série ou em paralelo) com o princípio de conservação de energia?

____

B.3.2 Roteiro experimental 03 (Exp. 03) - Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal utilizando a associação de molas em série e em paralelo.

Objetivos:

Verificar a lei de Hooke e determinar a constante elástica de duas molas helicoidais utilizando-se de métodos de associação de molas: série e paralelo.

Materiais Utilizados:

01 suporte universal;

01 haste vertical (presa ao suporte universal);

01 balança digital (verifique o limite de gramatura);

01 fixador metálico para pendurar a mola (Suporte lateral/horizontal);

01 régua de 100 cm;

01 fita adesiva;

02 molas helicoidais de mesmo comprimento e diâmetro (sugestão: duas molas iguais a utilizada no Exp. 01);

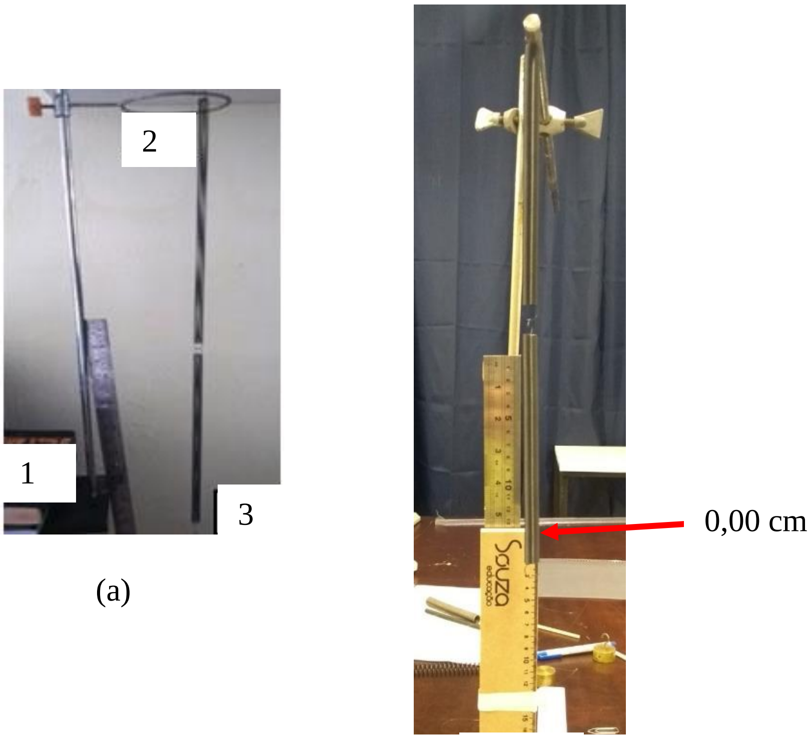
01 conjunto contendo 07 a 08 massas aferidas com 20g cada (utilizar as mesmas massas do Exp. 01);

01 suporte de massas ou utilizar o fio de algodão ou de nylon como suporte para as massas, conforme indicado na Figura 1 (c) do Exp. 01;

Procedimento Experimental:

1. Monte o sistema experimental da Figura 3, utilizando o suporte universal e prendendo com fita adesiva a régua de 100 cm na lateral da haste vertical (É a mesma montagem apresentada na Figura 1, somente posicionando a origem da régua na parte inferior da mola inferior, pois as molas estão associadas em série, se necessário adote uma a régua mais longa);

2. Associe as molas em série (Figura 3(b)) e a massa *m* no gancho da mola suspensa no suporte lateral, conforme ilustrado na Figura 3 (b) - (c).



(a) (b)

Figura 3 - Fotografia de duas molas associadas em série. Em (a): (1) o suporte universal sobre uma mesa e a régua posicionada na vertical; (2) suporte lateral (no caso, uma argola metálica) a qual uma das extremidades do sistema ficará suspenso; (3) massa *m* aferida e seu respectivo suporte. E, em (b), a régua de madeira foi utilizada por ser mais longa e indicando a extremidade da mola inferior na posição 0,00 cm. FONTE: o autor.

3.1.1 Parte Estática

3. Utilize a mesma sequência de massas já selecionadas, enumeradas e aferidas no Exp. 01, anote seus valores na sequência na Tabela 3 – parte estática;

4. Na sequência da enumeração, suspenda a massa 1 na mola inferior, e anote o deslocamento ($\Delta L\ (cm)$) provocado pela massa no sentido vertical na Tabela 3.

5. Acrescente a massa 2, e repita o procedimento 4;

6. Repita o item 5, para as demais massas;

3.1.2 Parte dinâmica

7. Escolha um conjunto de massa, sugestão utilizar o conjunto da parte dinâmica de 1 mola (Exp. 02) aferir e anotar sua massa m_T *na Tabela 3.* Caso vá

executar somente este experimento, prepare as massas conforme indicado na Figura 1 (c).

8. Suspenda ou puxe a massa suspensa (anotar na régua o quanto foi alongada, para liberar sempre do mesmo ponto) e ao liberar acione no mesmo instante o cronômetro, conte 3 oscilações completas, e trave o cronômetro. Anote o resultado do tempo, zere o cronometro e repita por mais 5 vezes. Caso a mola se mova no suporte, fixe-a com fita adesiva de forma que não atrapalhe o movimento oscilatório;
9. Para comparar os resultados, determinar a constante elástica da série k_s, utilizando a Equação:

$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_{s.}} \ .$$

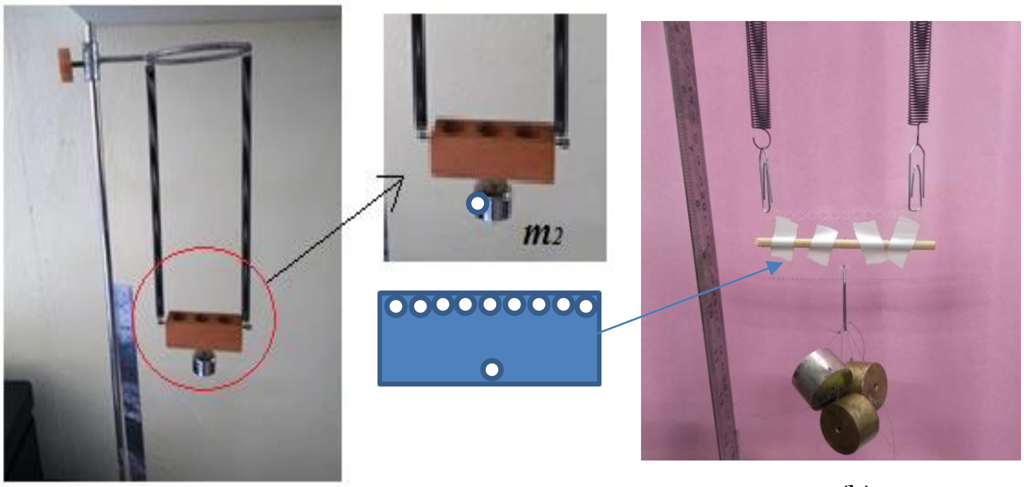
Usando as constantes elásticas $k_1 \ e \ k_2$ obtidas na Etapa 1- caso estático, e compare os resultados obtidos.

Tabela 3 - Dados (a) parte estática do deslocamento para cada conjunto de massas suspensas e (b) parte dinâmica: tempo total (t) em segundos, de 3 períodos de oscilações determinados na associação em série de duas molas helicoidais. Em que a massa é uma massa *m* suspensa de valor fixo em gramas, Período médio do tempo de 3 oscilações e a média das 5 repetições. FONTE: o autor.

Estático				**Dinâmico**			
Medida	**Massa(g)**	$\Delta L(cm)$	**Peso (dinas)**	**Massa (g)**	***Medida***	***Tempo total (t) de 3 oscilações completas em segundos***	**Período de oscilação (s)** $T = \frac{t}{3}$
1					1		
2					2		
3					3		
4					4		
5					5		
						$T_{médio}$(s)	

3.2 Associação em Paralelo

10. Para a associação das molas em paralelo, monte o sistema experimental da Figura 4, utilizando o suporte universal e prendendo com fita adesiva a régua de 100 cm na lateral da haste vertical (É a mesma montagem apresentada na Figura 1 (Exp. 01), posicionando as molas tal que fiquem paralelas uma em relação a outra)



(a) (b)

Figura 4- Imagem fotográfica de duas molas associadas em paralelo. (a) Em destaque apresentamos a fotografia da massa m_2e do suporte para massas de madeira, e em (b) o sistema utilizando o suporte alternativo (pedaço da capa de caderno de espiral – no caso uma capa transparente e um pedaço de madeira para mantê-la reto ao adicionar as massas), confeccionado pelo autor, a serem utilizados nessa etapa do Exp. 03. FONTE: o autor.

3.2.1 Parte Estática

11. Utilize a mesma sequência de massas já selecionadas, enumeradas e aferidas no Exp. 01, anote seus valores na sequência na Tabela 4 – parte estática;

12. Na sequência da enumeração, suspenda a massa 1 na mola inferior, e anote o deslocamento provocado pela massa no sentido vertical;

13. Repita o item 3) para as demais massas, acrescidas uma a uma e medindo o deslocamento $(\Delta L\ (\mathrm{cm}))$ ocorridos por cada conjunto suspenso; Anote os dados na Tabela 4.

3.2.2 Parte Dinâmica

14. Escolha um conjunto de massa, sugestão utilizar o conjunto da parte dinâmica de 1 mola (Exp. 02) aferir e anotar sua massa m_T =________*g;*

15. Fixe a massa conforme indicado na Figura 4, essa deve ficar suspensa de forma equilibrada, ou seja, no ponto médio das duas molas;

Observação: Um sistema optativo para o suporte de massa indicado na Figura 1.6 (a) é o indicado na Figura 1.2 (e), cujo sistema todo montado é o da Figura 1.6 (b). Observando o uso de *clips*, para fixar o suporte nas molas, bem como um terceiro *clips* centralizado na parte inferior para pendurar as massas.

16. Elevar ou puxar na vertical o sistema suspenso pelo seu ponto médio e liberar a massa m_T (observar essa altura na régua para liberar sempre do mesmo ponto). Acione simultaneamente o cronômetro e trave quando contar 3 oscilações completas; Evitar deslocar o sistema para os lados gerando movimentos aleatórios no sistema oscilante. Anote os dados na Tabela 4.
17. Zere o cronômetro a cada tomada de tempo;
18. Repetir os itens 7 e 8 por mais cinco vezes, completando a Tabela 4.

Tabela 4 - Períodos de oscilações determinados na associação em paralelo de duas molas helicoidais.Dados (a) parte estática do deslocamento para cada conjunto de massas suspensas e (b) parte dinâmica: tempo total (t) em segundos, de 3 períodos de oscilações determinados na associação em série de duas molas helicoidais. Em que a massa é uma massa *m* suspensa de valor fixo em gramas, Período médio do tempo de 3 oscilações e a média das 5 repetições. FONTE: o autor.

Estático				**Dinâmico**			
Medida	**Massa(g)**	$\Delta L(cm)$	**Peso (dinas)**	**Massa (g)**	***Medida***	***Tempo total (t) de 3 oscilações completas em segundos***	**Período de oscilação (s)** $T = \frac{t}{3}$
1					1		
2					2		
3					3		
4					4		
5					5		
						$T_{médio}(s)$	

11. Determinar a constante elástica da associação em paralelo k_p, utilizando a Equação :

$$k_p = k_1 + k_2 \ ,$$

com os dados das constantes elástica de cada mola obtidas pelo método estático (Exp. 01), considerando que as molas são iguais.

União dos dados dos Experimentos 1, 2 e 3:

Completar a Tabela 5 a partir da repetição dos procedimentos listados. Da parte 1, 2 e 3 estática.

Tabela 5 – Dados da parte estática dos experimentos 1, 2 e 3.

		1 mola	**Molas em série**	**Molas em paralelo**
Massa (g)	**Força Peso (dinas)**	$\Delta L\ (cm)$	$\Delta L\ (cm)$	$\Delta L\ (cm)$

Parte dinâmica:

Do Exp. 02, transfira o dado do período médio da Tabela 2 e coloque na Tabela 6. E, faça o mesmo com os dados do Exp. 03 da parte dinâmica, com os resultados da constante dinâmica obtida experimentalmente por meio da Equação: $k_{din.}=\frac{4\pi^2 m}{T^2}$.

Tabela 6 - Dados do período médio de 3 oscilações das Tabelas: 2.2, 2.3 e 2.4, obtidos da realização dos Experimentos 02 e 03 por meio do período médio e da massa oscilante e ela equação que depende somente das constantes elásticas das molas, considerando as molas iguais. FONTE: o autor.

	Massa (g) utilizada	01 mola – Experimento 02	Associação em série – Exp. 03	Associação em paralelo – Exp. 03

$k_{dinâmico}$ $(\frac{dyn}{cm})$				
k_s $(\frac{dyn}{cm})$				
k_p $(\frac{dyn}{cm})$				
D(%)				

B.3.3 Questionário Avaliativo 03 (QPo3)

(A ser aplicado após a realização do Experimento 03)

a) Calcular o valor da constante elástica (experimental) da associação em série.

____

____

____

b) Calcular o valor da constante elástica (experimental) da associação em paralelo.

____

____

____

c) Destacar as principais diferenças entre a associação de molas helicoidais em série e em paralelo.

____

____

____

d) Confeccionar o gráfico que relaciona a força peso da associação em série versus o deslocamento, de preferência em papel milimetrado (Figura 12). Para isso utilize os dados da Tabela 3 referente ao Exp. 03 – série.

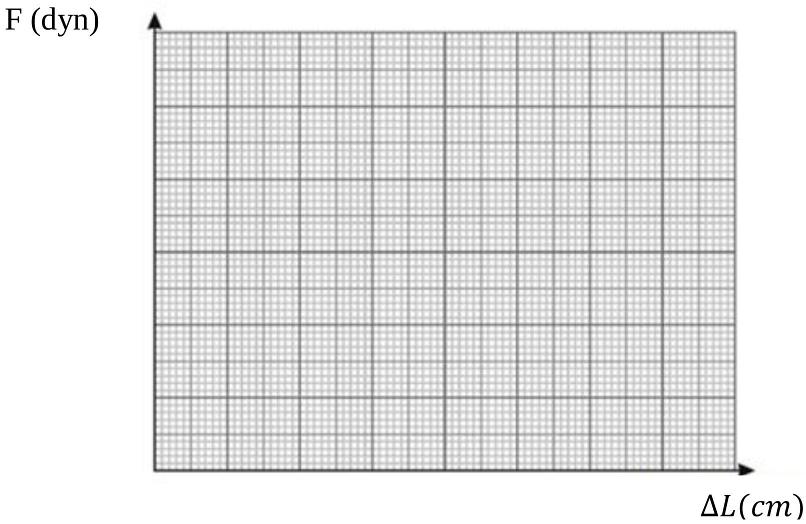


Figura 12 - Gráfico da força peso (F) em dinas (dyn) da associação de duas molas iguais em série versus o deslocamento (ΔL) cm. FONTE: o autor.

c) Confeccionar o gráfico que relaciona a força peso da associação em paralelo versus o deslocamento, de preferência em papel milimetrado (Figura 13). Para isso utilize os dados da Tabela 4 referente ao Exp. 03 – paralelo.

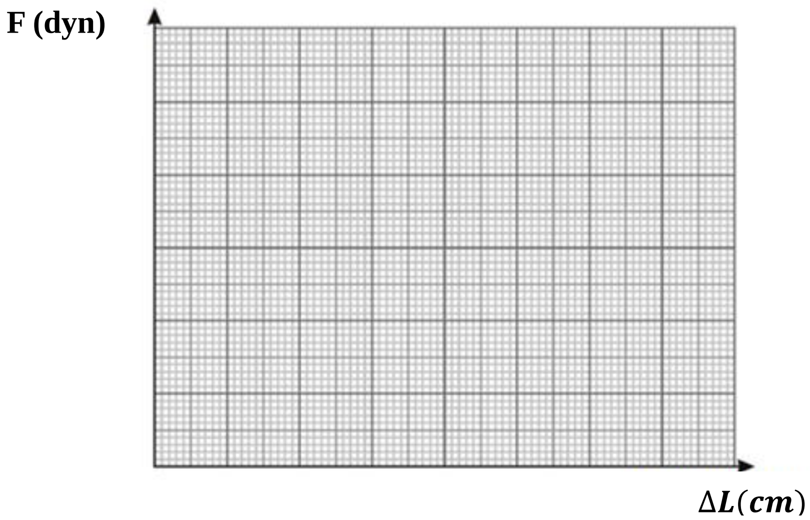


Figura 13 - Gráfico da força peso (F) em dinas (dyn) da associação de duas molas iguais em paralelo versus o deslocamento ($\Delta \boldsymbol{L}$) cm. FONTE: o autor.

d) A partir da confecção dos gráficos, indicar o valor numérico dos quocientes de uma única mola e de ambas as associações que correspondem à inclinação dos gráficos. E, compare os resultados quando obtidos por meio das equações, complete a Tabela 7.

Tabela 7 - Valores das constantes elásticas obtidas por meio das Equações e considerando a média dos valores e por meio da inclinação das retas dos gráficos.

	Caso estático			Caso Dinâmico		
	1 mola	Molas em série	Molas em Paralelo	1 mola	Molas em série	Molas em Paralelo
	$k_1(\frac{dyn}{cm})$	$k_s(\frac{dyn}{cm})$	$k_p(\frac{dyn}{cm})$	$k_1(\frac{dyn}{cm})$	$k_s(\frac{dyn}{cm})$	$k_p(\frac{dyn}{cm})$
Equação/Teoria						
Equação/Média						
Gráfico (reta ajustada)						
D(%)						

Sugestão:

a) Confeccionar os três gráficos em uma única figura e comparar a inclinação das retas. Utilizar os dados das Tabelas 1, 3 e 4.

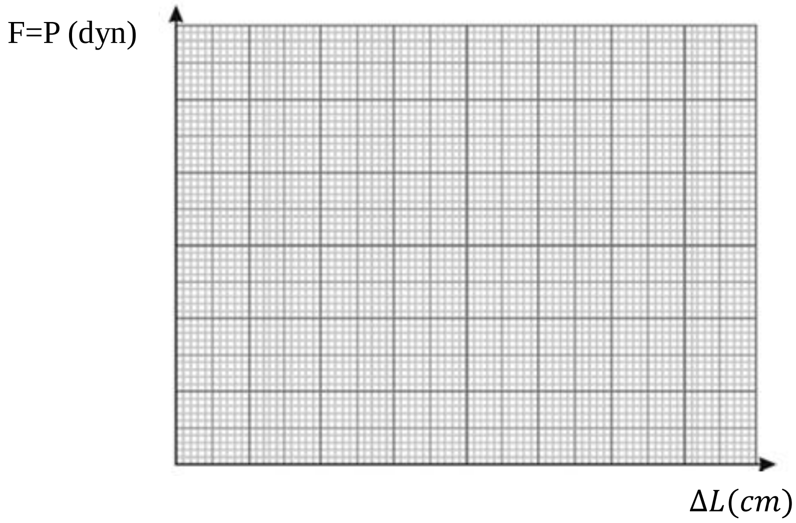


Figura 14 - Gráfico da parte estática da força peso (F=P) em dinas (dyn) versus o deslocamento (ΔL) cm para uma mola (mola 1), e as configurações em série e em paralelo para duas molas iguais a mola 1. Confeccionado com os dados da Tabela 1, 3 e 4. FONTE: o autor.

b) Comparar os períodos do movimento oscilatório.

Complete a Tabela 8, e analise os resultados.

Tabela 8 – Dados dos períodos médios para cada sistema massa-mola: mola de .... cm e diâmetro de .... cm e massa de .... g. Extraídos das Tabelas 2.4; 2.5 e 2.6. Fonte: o autor.

Configuração	Período médio: T_m (s)	
1 mola	T_1 (s)	
Molas série	$T_s(s)$	
Molas paralelo	$T_p(s)$	

c) Relate as principais dificuldades encontradas na realização do experimento.

d) Relate também as suas considerações favoráveis em relação ao experimento.

B.4 – ETAPA 4

B.4.1 Questionário de concepções prévias (QPr4)

(A ser aplicado aos estudantes antes da realização do experimento 04: Conservação de energia em materiais elásticos: o curioso caso da “lata energética”)

01. Você acha ser possível construir um sistema de armazenamento de energia mecânica? Como você o faria?

____

____

____

02. Qual a relação entre uma mola helicoidal com um elástico?

____

____

____

03. Como a energia mecânica pode estar associada em um sistema massa-mola?

____

____

____

04. O que você entende por transformação de energia?

____

____

____

05. O que você entende por energia potencial elástica?

____

____

____

B.4.2 Roteiro experimental 04 (Exp. 04) - Conservação da Energia em materiais deformáveis - o curioso caso da “lata energética” a partir do armazenamento de energia mecânica.

Materiais Utilizados:

01 recipiente (lata ou um frasco de plástico tipo maionese vazio);

01 elástico do tipo chato contendo 5 mm de largura e 40 cm de comprimento;

01 mola helicoidal;

01 parafuso grosso com porca (tipo: 1/4 x 7/8 polegadas);

02 palitos de fósforo;

03 pregos com cabeça (tipo: 17 x 21 polegadas);

01 martelo;

01 alicate.

Procedimentos:

1. Faça um furo centralizado, com o prego e o martelo, bem no meio da tampa do recipiente (lata ou frasco). Se necessário, aqueça a ponta do prego (segure o mesmo com um alicate) utilizando a chama de um fogão, ou leve o recipiente furado. (CUIDADO: faça esse procedimento com o auxílio de um adulto!).
2. Faça um segundo furo centralizado, agora no fundo do recipiente utilizando o prego e o martelo, martelo caso seja um recipiente de plástico segure o prego com um alicate, aqueça a extremidade pontiaguda do prego e fure o fundo do recipiente e sua tampa. Cuidado para não tocar no prego caso o aqueça;
3. Rosqueie a porca até a cabeça do parafuso.
4. Faça um nó no elástico e prender o mesmo entre o parafuso e a porca. Observe que o parafuso deve ficar no ponto médio no sentido mais longo do frasco, conforme indica a Figura 14..
5. Passe uma extremidade do elástico pelo furo, mantendo a outra extremidade do lado de fora da tampa presa com um palito. Passar a outra extremidade pelo outro furo, localizado na tampa (Figura 14). O recipiente deve estar bem fechado pelo elástico, ficando o parafuso e a porca na sua parte interna.

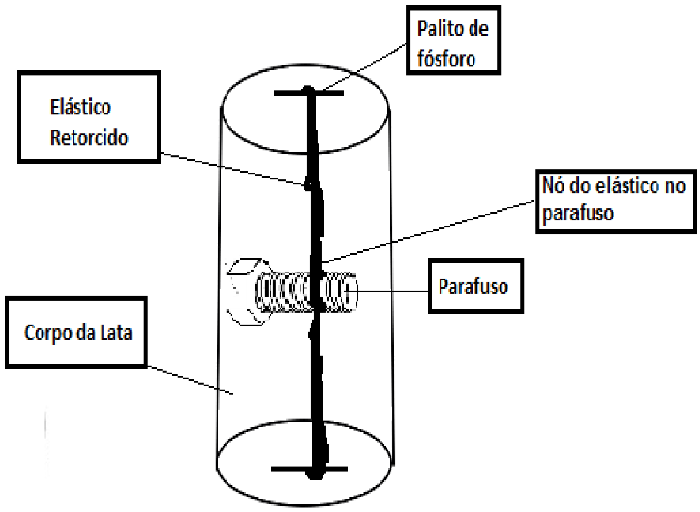


Figura 14: Desenho ilustrativo da montagem da “lata energética”. FONTE: o Autor.

6. Balance o recipiente de forma que o parafuso gire o elástico.
7. Coloque a lata/recipiente em uma superfície plana e ver o que ocorre.
8. Repita o procedimento 6 e colocar a “lata energética” em uma superfície que contenha uma pequena inclinação e observar o que acontece.
9. Substitua o conjunto elástico + parafuso por uma mola helicoidal e prendê-la nos furos contidos na lata com o auxílio de um prego (17 x 21). Utilize o alicate para ter mais precisão no momento em que for amarrar as extremidades da mola aos pregos.
10. Rosqueie um dos pregos da “lata energética” ao qual a mola está fixa e posicionar a lata/recipiente em uma superfície plana e impulsioná-la de modo que a mesma role.
11. Observar e discutir sobre o que acontece.

<u>Observação: </u>o passo 6, pode ser substituído dando um impulso na lata fazendo-a rolar na superfície.

B.4.3 Questionário Avaliativo 04 (QPo4)

(A ser aplicado após a realização do Experimento 04 (Exp. 04))

a) Qual a função, da lata/recipiente, do elástico e do parafuso com a porca?

____

____

____

Que tipos de transformação de energia estão envolvidos no comportamento da lata/recipiente nas duas situações (quando rodada na superfície horizontal e quando colocada na rampa)?

____

____

____

Que modificações você propõe para que a lata/recipiente atinja maior alcance ao ser rodada na superfície horizontal?

____

____

d) É possível substituir o elástico retorcido por uma mola helicoidal? O sistema funcionaria da mesma forma?

____

____

e) Indique uma maneira de fazer a lata/recipiente rolar sem um impulso inicial. Descreva esse processo.

____

____

____

f) Com base em sua resposta no item “e”, quais transformações de energia ocorrem nesse caso?

____

____

____

____

APÊNDICE C – EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM/ RESULTADOS ESPERADOS

Apresentamos, neste apêndice, as expectativas de aprendizagem, bem como, alguns critérios de avaliação que poderão ser utilizados pelo professor para auxiliá-lo em relação à aplicação da sequência didática com os estudantes.

Também dispomos alguns resultados práticos inerentes da aplicação do Produto Educacional (PE), conforme apresentado anteriormente. Caso haja alterações ou adaptações no PE, as respostas dos experimentos poderão diferentes das expostas aqui. Frisamos que os valores experimentais apresentados baseiam-se em uma mola helicoidal, apenas que possui as seguintes características: 1,5 cm de diâmetro e 15,0 cm de comprimento (em estado normal). A mola helicoidal utilizada está apresentada na Figura C.1.

Figura C.1: Imagem fotográfica da mola helicoidal utilizada para parâmetros dos resultados esperados. FONTE: o autor.

C.1.1 Roteiro experimental 01 (Exp. 01): Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal - caso estático

Enumere as massas e meça a massa individual ou de cada conjunto (sugestão: iniciar com 60 g + suporte para massas). Se as massas são de valores não conhecidos, ou se utilizar um suporte cujo valor da massa não possa ser desprezado como a de um pedaço de fio de nylon. Para utilizar o fio de nylon ou algodão como suporte una-as conforme indicado na Figura 1 (c). Se necessário una duas massas pelo fio, formando quatro conjuntos de massas separados.

Anote valores do conjunto suspenso após realizar a aferição das mesmas em uma balança digital. Anote os dados das massas na Tabela C.1;

A massa do conjunto $m_{conjunto}$, geralmente é considerada levando-se em conta os 60g da massa somada à massa do suporte. Cabe ressaltar que a massa do suporte poderá ser desprezível, caso seja utilizada uma linha de nylon. Em molas mais rígidas é importante observar o uso de conjuntos com massas muito superiores ao sugerido pelo roteiro, visando resultados mais fáceis de serem interpretados.

Tabela C.1- Dados para determinação da constante elástica da mola - Massa (g) são os valores das massas individuais a ser colocada no suporte para pendurar na mola; m_T (g) é a massa total formada pelas massas individuais mais seu suporte; P a força peso e ΔL (cm)) o deslocamento causada para cada conjunto de massas suspensas na mola. FONTE: o autor.

	Massa (g)	**Massa Total m_T(g)**	***F* (din) = *P* = m_T. *g***	**ΔL(cm)**	**$k = \frac{F}{\Delta L}$ (dinas/cm)**
1	60	*60*	*58800*	*8*	*7530*
2	80	*80*	*78400*	*11*	*7127,3*
3	100	*100*	*98000*	*14*	*7000*
4	120	*120*	*117600*	*17*	*6917,6*
5	140	*140*	*137200*	*20*	*6860*
	Constante elástica (*k*) da mola , pelo ajuste da reta				*6533,3*
	Massa do Gancho: *0 g (desprezível).*				

Ao usarmos a massa inicial de 60g e aumentando-a conforme consta na Tabela C.1, é necessário preencher as colunas e linhas dispostas para as cinco medidas. Para isso, é faz-se necessário:

- *A coluna Massa Total m_T será a massa (medida em gramas), utilizada somada à massa do suporte caso tenha utilizado;*
- *Considerando a aceleração gravitacional da Terra como $g = 980cm/s^2$, calcula-se a força peso, a qual considerou ser igual à força F. Nesse experimento, optamos por utilizar como unidade de medida da força o dina (dyn). Isso justifica-se ao fato de podermos apresentar aos estudantes novas maneiras de medir a força exercida por um corpo;*

- *ΔL é a elongação sofrida pela mola de acordo com a inserção das diferentes massas na extremidade livre da mola helicoidal;*
- *A constante elástica k da mola helicoidal será determinada pela razão $k = \frac{F}{\Delta L}$, tendo como unidade de medida o dyn/cm (dina por centímetro).*

Apresenta-se a seguir que para qualquer outro conjunto de massas também é possível fazer a mesma análise. Segue a Tabela 2 de dados cujo deslocamento foi obtido com valores diferentes aos sugeridos.

Tabela C.2 - Dados Experimentais para determinação da constante elástica da mola A: Massa (g) são os valores das massas individuais a ser colocada no suporte para pendurar na mola; m_T (g) é a massa total formada pelas massas individuais mais seu suporte; P a força peso para $g = 980\ cm/s^2$) e ΔL (cm)) o deslocamento causada para cada conjunto de massas suspensas na mola. FONTE: o autor.

Medida	Massa Total (m_T(g))	F (dyn) = P = m_T. g	ΔL(cm)	$k = \frac{F}{\Delta L}$ (dyn/cm)
1	50,1	49098	4,0	12275
2	99,8	97804	10,2	9589
3	149,4	146412	18,3	8001
4	200,8	196784	26,0	7569
5	300,7	294686	41,0	7188
Média aritmética da constante elástica (*k*) da mola (dyn/cm)				**8.924,4**

C.1.2 Questionário Avaliativo 01 (QPo1)

(A ser aplicado posteriormente a realização do Experimento 01 (Exp. 01))

a) O que aconteceu com os valores de ΔL, à medida que *F* aumentou?

Ao aumentarmos a força F com a inclusão de novas massas, a elongação da mola ΔL também aumenta. Conforme pode ser observado nos resultados das Tabelas C.1 e C.2.

b) Confeccione numa folha de papel milimetrado (Figura 1) o gráfico de *F* em função de ΔL.

Espera-se que o gráfico obtido pelo estudante seja similar ao de uma função de 1º grau, do tipo $f(x) = a + b\,x$, tal que o gráfico $f\ \times$ x, tem como comportamento uma reta não perpendicular ao eixo das abscissas (x), conforme apresentado na Figura C.2.

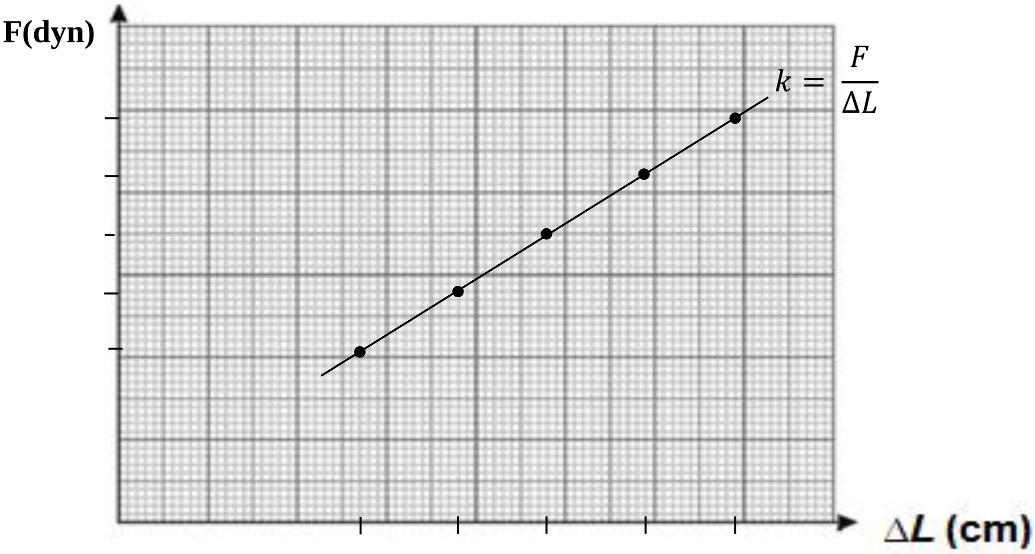


Figura C.2 - Gráfico em papel milimetrado da força (*F*) em dina versus a variação de distensão da mola (*ΔL*) medida em centímetros (cm), confeccionado com os dados da Tabela C.1. O módulo de escala utilizado foi: $\boldsymbol{Me_F = 3,6\ 10^{-4} mm/dyn}$, e $\boldsymbol{Me_{\Delta L} =\ 3,5 \frac{mm}{cm}}$. Como os pontos são os esperados teoricamente a equação da reta ajustada pelo método dos mínimos quadrados é dada por: F= 6533,33 + 6533,33 $\boldsymbol{\Delta L}$. FONTE: o autor.

Utilizando-se o Microsoft Excel 2010®, obtém-se, para a mola em questão, os coeficientes, angular e linear, conforme apresentados no gráfico da Figura C.3.

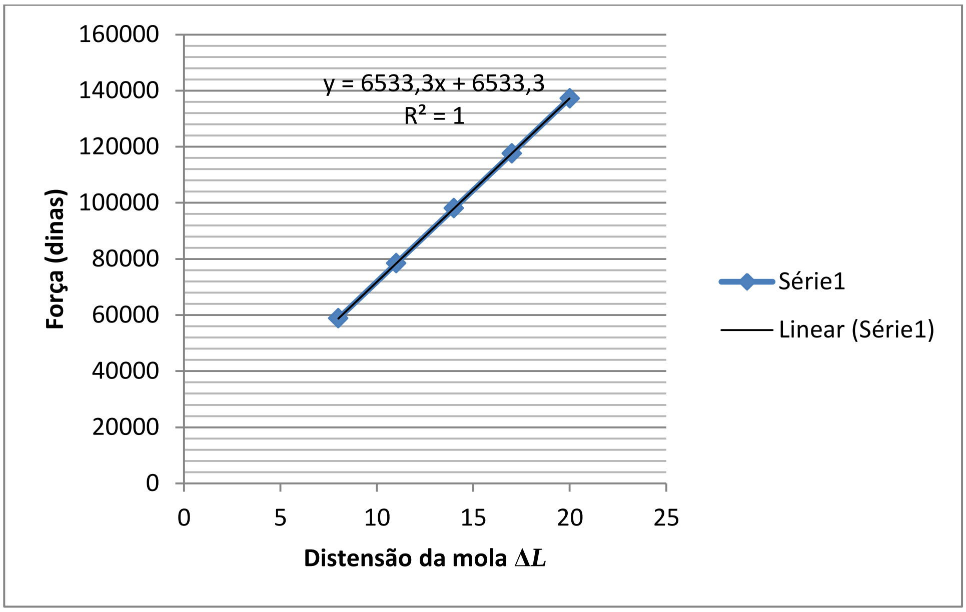


Figura C.3 - Gráfico confeccionado com os dados da Tabela C.1, no Microsoft Excel 2010® como os valores dos coeficientes angular e linear: F = 6533 ΔL + 6533,, para mola helicoidal de 1,5 cm de diâmetro e 15 cm de comprimento. O gráfico da Figura contém a relação entre a força (*F*) em dina versus a variação de distensão da mola *(*ΔL) medida em centímetros (cm), após a inserção de diferentes massas na extremidade livre da mola.

Para o caso da Tabela C.2, teremos o gráfico da Figura C.4. Confeccionada no Microsoft Excel 2010®.

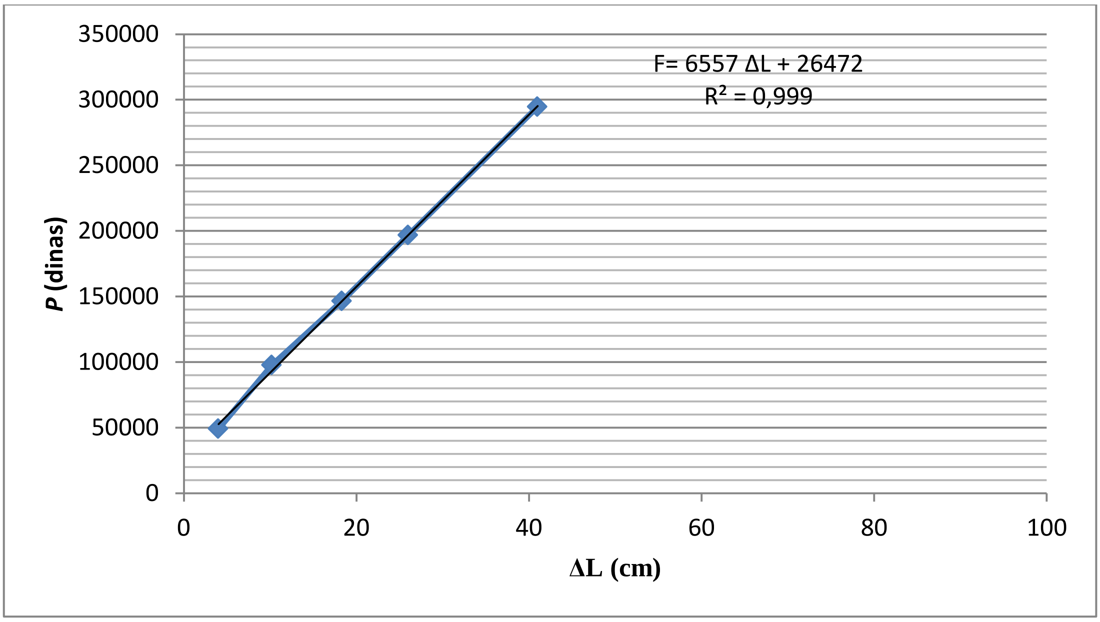


Figura C.4 - Gráfico força (*F*) em dina versus a variação de distensão da mola *(*ΔL) medida em centímetros (cm), confeccionado com os dados da Tabela C.2 no Microsoft Excel 2010®. Como os pontos são os esperados teoricamente a equação da reta ajustada pelo método dos mínimos quadrados é dada por: F= 26472 + 6557 ΔL . FONTE: o autor.

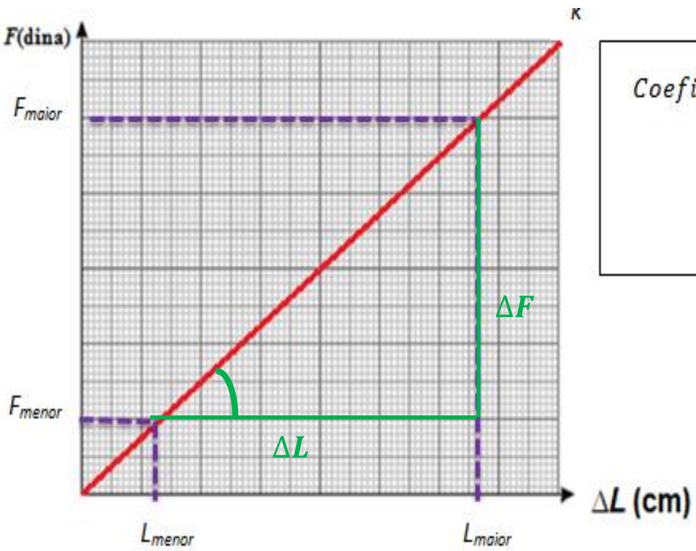
Devido ao ajuste da reta o resultado $k_{din} = 6.557\, dyn/cm$ foi bem mais próximo do teórico ($k_{teórico} = 6.533{,}3\, dyn/cm$) com relação ao $k_{médio} = 8.924{,}4\, dyn/cm$ referente à Tabela C.2, em que se pode ver que o primeiro valor está bem fora do esperado.

c) Qual é a relação existente entre F e ΔL?

O ideal é que o estudante faça uma relação de proporcionalidade, ou seja, a medida que aumentamos a força F aumenta-se a elongação da mola ΔL. A relação é linear.

d) Sendo uma relação linear entre F e ΔL, trace uma reta média entre os pontos experimentais obtidos e determine o coeficiente angular dessa reta com suas respectivas unidades.

Considerando cinco pontos no gráfico, a reta média entre os pontos experimentais dar-se-á por meio da Figura C.5:



$$Coeficiente\ Angular = \frac{F_{maior} - F_{menor}}{L_{maior} - L_{menor}}$$

$$Coeficiente\ Angular = \frac{\Delta F}{\Delta L}$$

Figura C.5 – Esboço de como obter o coeficiente angular de um gráfico em papel milimetrado da força (F) em dina versus a variação de distensão da mola (ΔL) medida em centímetros (cm). Apresenta-se ainda, uma forma de como calcular o coeficiente angular da reta tangencial $\frac{\Delta F}{\Delta L}$.
FONTE: o autor.

Utilizando-se o Microsoft Excel 2010®, obtêm-se para a mola em questão, os coeficientes, angular (6533 dyn/cm) e linear (6533 dyn), conforme apresentados no gráfico da Figura C.3. Fornecido pela equação de ajuste de reta: y = 6533 x + 6533, sendo y= F e x=ΔL*, e* $R^2 = 1$ *significa que o gráfico é uma reta perfeita sem desvios. O coeficiente linear indica que havia uma massa de aproximadamente 7 g inicialmente.*

b) Sendo uma relação linear entre *F* e ΔL, trace uma reta média entre os pontos experimentais obtidos e determine o coeficiente linear dessa reta.

Os coeficientes, linear e angular, poderão ser determinados por meio de um sistema de equações, uma vez que a reta tangencial representa uma função afim: $y = ax + b$*. Ou por meio da leitura no próprio gráfico, o coeficiente linear é o ponto onde a reta cruza o eixo das ordenadas no caso da força, e o coeficiente angular a inclinação da reta tangente a reta traçada.*

f) Qual é o significado físico dos coeficientes angular e linear obtidos nos itens "*d*" e "*e*"?

Sabendo-se que a função afim é dada por $y = ax + b$*, onde* a *é o coeficiente angular e* b *o coeficiente linear e que a Lei de Hooke é dada por* $F = k\Delta L$*, em que* F *é a força,* k *é a constante elástica da mola e* ΔL *a elongação sofrida pela mola, espera-se que os estudantes realizem as seguintes relações em ambas as equações apresentada, teoricamente:*

- $y = F$;
- $a = k$;
- $x = \Delta L$;
- $b = 0$, *nesse caso representa a força peso inicial atuante no sistema massa-mola.*

g) A mola ultrapassou o limite de elasticidade? O que seria esse limite de elasticidade?

É aconselhável que nenhuma mola ultrapasse o seu limite de elasticidade, pois para esses casos, a Lei de Hooke não poderia ser considerada como válida, visto que a mola não retorna a sua posição natural, ocorrendo uma deformação do tipo plástica, inutilizando a mola.

Entende-se que limite de elasticidade é a tensão máxima que um material pode suportar sem sofrer elongações (deformações) permanentes. Em outras palavras, a mola não retorna mais a sua forma natural.

h) Os resultados obtidos comprovam a lei de Hooke? Em caso afirmativo, enuncie a lei.

Sim, é possível observar a validade da Lei de Hooke. Isso pode ser obtido por meio de uma correta interpretação dos dados e a utilização de ferramentas que auxiliem na elaboração do gráfico, tais como, papel milimetrado e o Microsoft Excel como editor de gráficos, além do correto manuseio dos materiais e roteiro experimentais os resultados obtidos.

Isso pode ser observado, pelo fato de ter ajustado a reta no gráfico da Figura C.5. Isso diminui o desvio entre a média obtida na Tabela C.1 (ou Gráfico da Figura C.4) que são os resultados que deveria se ter obtido (k=6533 dyn/cm) e o da Tabela C.2 que são realmente experimentais (k=6557 dyn/cm). Um desvio de 0,4%.

A Lei de Hooke é uma lei física que estabelece a elongação ou contração sofrida por um corpo deformável elasticamente, neste caso, um corpo elástico por meio da aplicação de uma força. De acordo com a teoria, a distensão (deformação elástica) (ΔL) de uma mola helicoidal, por exemplo, é diretamente proporcional à força aplicada (F) sobre ele. Além da força aplicada, deve-se *levar em consideração a rigidez da mola ou do corpo elástico por meio de uma constante denominada constante elástica da mola, representada por* k. *Dessa forma, tem-se* $F = -k\Delta L$.

C.2 ETAPA 2

C.2.1 Roteiro experimental 02 (Exp. 02) - Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal - caso dinâmico.

Medir a massa do conjunto (massa + suporte para massas).

A massa do conjunto $m_{conjunto}$, *geralmente é considerada levando-se em conta os 60g da massa somada à massa do suporte, ou seja, tudo o que está suspenso na mola. Em molas mais rígidas (referindo-se ao material) é importante observar o uso de conjuntos com massas superiores ao sugerido pelo roteiro, visando resultados mais fáceis de serem observados e medir o tempo de oscilação.*

Em molas de comprimentos menores, deve-se cuidar com a quantidade de massa a ser suspensa, para que não ocorra deformação plástica. A melhor forma é colocar uma quantidade e observar a oscilação e teste da medida do tempo.

Outro ponto a ser observado para a obtenção de resultados mais próximos dos encontrados nas teorias é necessário verificar se a massa acoplada na extremidade livre da mola é suficiente para oscilar sem a formação de um movimento pendular.

Tabela C.3: Tempos medidos para três oscilações, para a massa de 90 g suspensa, repetindo-se dez vezes o processo.

Processo (medida)	Tempo determinado (s)	Período médio de três períodos
01	*3,39*	*1,13*
02	*3,78*	*1,26*

03	*4,17*	*1,39*
04	*3,44*	*1,15*
05	*3,87*	*1,29*
06	*3,45*	*1,15*
07	*3,56*	*1,19*
08	*3,85*	*1,28*
09	*3,76*	*1,25*
10	*3,79*	*1,26*
	Tempo de 01 Período (T_m (s))	***1,24***

É sugerida a medida de três oscilações. Dependendo da rigidez da mola helicoidal utilizada poderão ser adaptadas mais oscilações. Não é aconselhável menos oscilações, pois interferem em resultados próximos do esperado. É importante frisar que o objetivo dessa etapa é a obtenção de uma constante elástica k *com valor próximo ao encontrado na Etapa 1.*

Outro fator importante a ser levado em consideração é o tempo. Utiliza-se duas casas decimais visando a obtenção de um período T *mais preciso. Para a determinação mais precisa do período de oscilação da mola helicoidal, faz-se importante observação o movimento de "sobe e desce" da mola sempre em linha vertical, evitando-se ou desconsiderando-se movimentos pendulares.*

Aumentando a massa suspensa para m= 200,3 g, obteve-se os dados da Tabela C.4, para o temo de 3 oscilações completas.

Tabela C.4: Tempos medidos para três oscilações, para a massa de 200,3 g suspensa, repetindo-se dez vezes o processo.

Processo (medida)	Tempo determinado (s)	Período médio de três períodos
01	3,29	*1,10*
02	3,31	*1,10*
03	3,22	*1,07*
04	3,35	*1,12*
05	3,28	*1,09*
06	3,28	*1,09*
07	3,19	*1,06*
08	3,19	*1,06*

09	3,28	*1,09*
10	3,25	*1,08*
	Tempo de 01 Período (T_m (s))	***1,09***

C.2.2 Questionário Avaliativo 02 (QPo2)

(A ser aplicado após a realização do Experimento 02 (Exp. 02))

a) Determine a constante elástica, utilizando-se do processo dinâmico (lembrando-se que se trata de movimento oscilatório).

Utilizando a Equação:

$$k_{dinâmico} = \frac{4\pi^2 m}{T^2}. \qquad [C.1]$$

Em que: m *é a massa do conjunto (massa + massa do suporte) e* T *é o período determinado experimentalmente.*

Para a mola da Figura C.1, e massa suspensa de 90 g, o valor da constante elástica k*:*

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T_m^2} = \frac{4\,(3{,}14)^2(90)}{(1{,}24)^2} = 2308\frac{dyn}{cm}.$$

possui um desvio padrão 64%. Isto quer dizer que os valores de k *diferiram, devido a dificuldade em aferir o tempo de três oscilações. Aumentando a massa suspensa para m= 200,3 g, o resultado foi melhor, quando comparado com o resultado do caso estático.*

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T_m^2} = \frac{4\,(3{,}14)^2(200{,}3)}{(1{,}09)^2} = 3324\frac{dyn}{cm}.$$

$$D = \left|\frac{6533 - 3324}{6533}\right| 100\% = 49\%$$

Diminuindo a imprecisão, de seu valor teórico.

Para a massa de 90 g o período adequado deveria ser de: 0,74 s, e para a massa de 200,3 g de 1,10 s.

Portanto, o fato de trabalhar com o processo dinâmico não invalida o processo, só tem que tomar bastante cuidado ao aferir os dados do tempo, principalmente pelo mesmo estar ao quadrado.

b) O valor de k obtido foi o mesmo em relação ao que o grupo conseguiu no processo estático?

O ideal é que o grupo obtenha uma constante elástica k *com valor próximo ao obtido na Etapa 1 (método estático). Mas, caso não se obtenha discutir os resultados.*

c) A mola ultrapassou o limite de elasticidade? O que seria esse limite de elasticidade?

Não, e é aconselhável que nenhuma mola ultrapasse o seu limite de elasticidade, pois para esses casos, a Lei de Hooke não poderia ser considerada como válida.

Entende-se que limite de elasticidade é a tensão máxima que um material pode suportar sem sofrer elongações (deformações) permanentes. As denominadas deformações plásticas.

d) Os resultados obtidos comprovam a lei de Hooke? Como pode afirmar isso?

Sim, pois os resultados foram obtidos por métodos que foram obtidos teoricamente por considerações físicas.

Experimentalmente o caso estático fornece um valor mais próximo do teórico em relação ao dinâmico. Esse fato ocorre pelo caso dinâmico depender do tempo de oscilação, e esse ser uma medida mais imprecisa do que uma *medida de algo estático e ainda estar ao quadrado propagando o erro. O ideal é usar uma massa que permita uma aferição do período mais próximo do teórico, dessa forma terá uma constante elástica mais próxima do teórico.*

e) Quais foram as dificuldades e facilidades que você pode apontar na realização deste experimento?

O ponto de maior dificuldade é na aferição do tempo de forma precisa.

É de extrema valia verificar as dificuldades e facilidades do estudante em relação à realização de qualquer experimento, uma vez que esse método funciona como uma autoavaliação do mesmo.

C.3 ETAPA 3

C.3.1 Roteiro experimental 03 (Exp. 03) - Determinação da constante elástica de uma mola helicoidal utilizando a associação de molas em série e em paralelo.

Configuração em série:

Faz-se necessário o conhecimento das constantes elásticas k_1 e k_2 que podem ser obtidos nas Etapas 1 e 2.

Determinar a constante elástica da série k_s, utilizando a Equação [C.2]:

$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_s} \qquad [C.2]$$

Escolher uma massa aferida e anotar sua massa: *m_2 = 90g (sugestão);*

$$k_s = \frac{6533,3}{2} = 3266,65\ dyn/cm,$$

visto que as molas são iguais, e cada uma de constante elástica igual a 6533,3 dyn/cm.

Os dados apresentados na Tabela C.4 são referentes ao experimento para as mesmas massas da Tabela C.2 para a situação estática e para a massa de 200,3 g para a situação dinâmica.

Tabela C.4 – Configuração em série. Dados (a) parte estática do deslocamento para cada conjunto de massas suspensas e (b) parte dinâmica: tempo total (t) em segundos, de 3 períodos de oscilações determinados na associação em série de duas molas helicoidais. Em que a massa é uma massa *m* suspensa de valor fixo em gramas, Período médio do tempo de 3 oscilações e a média das 5 repetições. FONTE: o autor.

Estático				**Dinâmico**			
Massa(g)	$\Delta L(cm)$	**Peso (dinas)**	$k(\frac{dinas}{cm})$	**Massa (g)**	***Medida***	***Tempo total (t) de 3 oscilações completas em segundos***	**Período de oscilação (s)** $T = \frac{t}{3}$
50,1	11,0	49098	4464	200,3	1	4,69	1,56
99,8	26,0	97804	3762		2	4,50	1,50
149,4	41,0	146412	3571		3	4,50	1,50
200,8	57,0	196784	3452		4	4,56	1,52
300,7	88,0	294686	3349		5	4,69	1,56
						$T_{médio}$(s)	**1,53**
$k(\frac{dinas}{cm})$			***3.719,6***			$k_{din}(\frac{dinas}{cm})$	**3.375**

Configuração em Paralelo:

Determinar a constante elástica da associação em paralelo, utilizando a Equação [C.3]:

$$k_p = k_1 + k_2 \qquad [C.3]$$

Faz-se necessário o conhecimento das constantes elásticas k_1 ek_2 que podem ser obtidos nas Etapas 1 e 2. No caso da mola da Figura C.1:

$$k_p = k_1 + k_2 = 2(6.533,3) = 13.066,6 \text{ dyn/cm}$$

A seguir, apresentam-se na Tabela C.5 os dados aferidos para a parte dinâmica para duas molas iguais associadas paralelamente, como opção, sem a parte estática.

Dados das massas referentes a Tabela C.2 para o caso estático e de 200,3 g para o caso dinâmico, são os apresentados na Tabela C.5.

Tabela C.5 - Períodos de oscilações determinados na associação em paralelo de duas molas helicoidais. Dados (a) parte estática do deslocamento para cada conjunto de massas suspensas e (b) parte dinâmica: tempo total (t) em segundos, de 3 períodos de oscilações determinados na associação em série de duas molas helicoidais. Em que a massa é uma massa *m* suspensa de valor fixo em gramas, Período médio do tempo de 3 oscilações e a média das 5 repetições. FONTE: o autor.

Estático				**Dinâmico**			
Massa(g)	$\Delta L(cm)$	**Peso (dinas)**	**k(dyn/cm)**	**Massa (g)**	***Medida***	***Tempo total (t) de 3 oscilações completas em segundos***	**Período de oscilação (s)** $T = \frac{t}{3}$
50,1	1,0	49098	49098	200,3	1	2,22	0,74
99,8	5,0	97804	19561		2	2,25	0,75
149,4	9,0	146412	16268		3	2,22	0,74
200,8	12,0	196784	16399		4	2,22	0,74
300,7	20,0	294686	14734		5	2,25	0,75
						$T_{médio}$(s)	0,74
			23.212			**k_{din} (dyn/cm)**	**14.426**

União dos dados dos Experimentos 1, 2 e 3:

Completar a Tabela 5 a partir da repetição dos procedimentos listados. Da parte 1, 2 e 3 estática.

Tabela C.6 – Dados da parte estática dos experimentos 1, 2 e 3 para os dados das massas da Tabela C.2.

		1 mola	**Molas em série**	**Molas em paralelo**

Massa (g)	**Força Peso (dinas)**	$\Delta L\ (cm)$	$\Delta L\ (cm)$	$\Delta L\ (cm)$
50,1	49098	4,0	11,0	1,0
99,8	97804	10,2	26,0	5,0
149,4	146412	18,3	41,0	9,0
200,8	196784	26,0	57,0	12,0

Parte dinâmica:

Do Exp. 02, anote o dado da constante elástica obtida para 1 mola na Tabela C.7. E, faça o mesmo com os resultados da constante dinâmica obtida experimentalmente por meio da Equação: $k_{din.}=\frac{4\pi^2 m}{T^2}$, do Exp. 03 - parte dinâmica,.

Tabela C.7 – Dados da constante elástica para o caso dinâmico referente as Tabelas: 2.2, 2.3 e 2.4, obtidos da realização dos Experimentos 02 e 03 para uma mola, duas molas iguais em série e as mesmas molas em paralelo. A constante elástica da mola de 15,0 cm e 1,5 cm de diâmetro é dada por *6.533,3 dyn/cm. E o desvio percentual D(%)* Fonte: o autor.

	Massa (g) utilizada	01 mola – Experimento 02	Associação em série	Associação em paralelo
$k_{dinâmico}\ (\frac{dyn}{cm})$	**200,3**	***3.324***	**3.375**	**14.426**
$k_s\ (\frac{dyn}{cm})$			3.268	
$k_p\ (\frac{dyn}{cm})$				13.067
D(%)		***49***	**3**	**10**

C.3.2 Questionário Avaliativo 03 (QPo3)

(A ser aplicado após a realização do Experimento 03)

a) Calcular o valor da constante elástica (experimental) da associação em série.

Utilizar: $\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}=\frac{1}{k_s}$, *onde* k_s *é a constante elástica da associação em série. No caso da mola da Figura C1:* 3.267 dyn/cm

b) Calcular o valor da constante elástica (experimental) da associação em paralelo.

Utilizar: $k_p = k_1 + k_2$ *, onde* k_p *é a constante elástica da associação em paralelo. Para a mola da Figura C.1:* 13.067 dyn/cm.

c) Destacar as principais diferenças entre a associação de molas helicoidais em série e em paralelo.

Espera-se que os estudantes verifiquem que ao associarmos molas em série, a força ($\vec{F}_{ext} = \vec{P}$*) que atua sobre cada uma das molas acopladas, bem como as respectivas elongações sofridas,* y_1 *e* y_2*, sejam independentes; e, que, quando duas ou mais molas helicoidais, de mesmo comprimento, estão associadas em paralelo, estas dividem a força aplicada de forma igual.*

d) Confeccionar o gráfico que relaciona a força peso da associação em série versus o deslocamento, de preferência em papel milimetrado (Figura C.5) ou por meio de algum software gráfico como o Microsoft Excel®. Para isso utilize os dados da Tabela C.4 referente ao Exp. 03 – série.

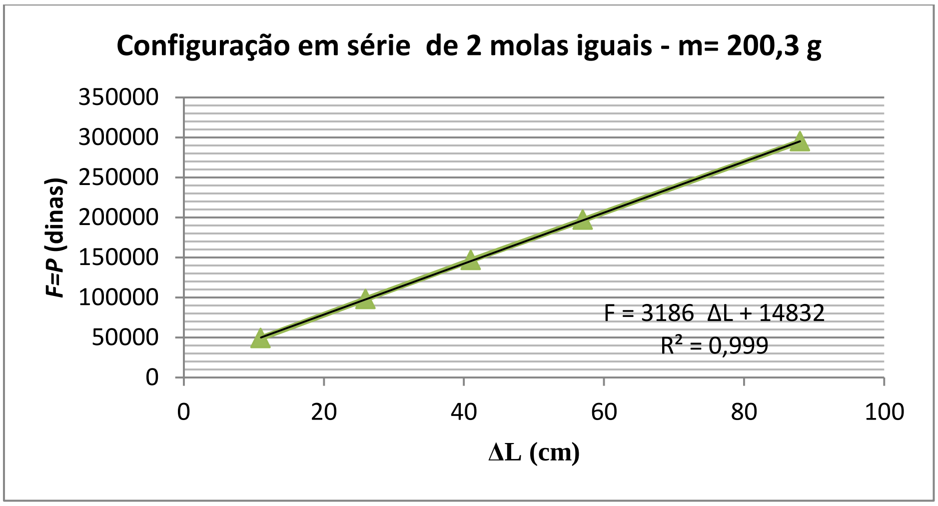


Figura C.5 – Gráfico da força peso (F=P) em dinas (dyn) versus o deslocamento ΔL em centímetros (cm), confeccionado com os dados da Tabela C.4, parte estática da configuração em série de duas molas iguais. A reta ajustada é dada por: $F = 3186\Delta L + 14832$, e $R^2 = 0{,}999$ indica o quanto é linear.

e) Confeccionar o gráfico que relaciona a força peso da associação em paralelo versus o deslocamento, de preferência em papel milimetrado (Figura C.6) ou no Microsoft Excel. Para isso utilizou-se os dados da Tabela C.5 referente ao Exp. 03 – paralelo.

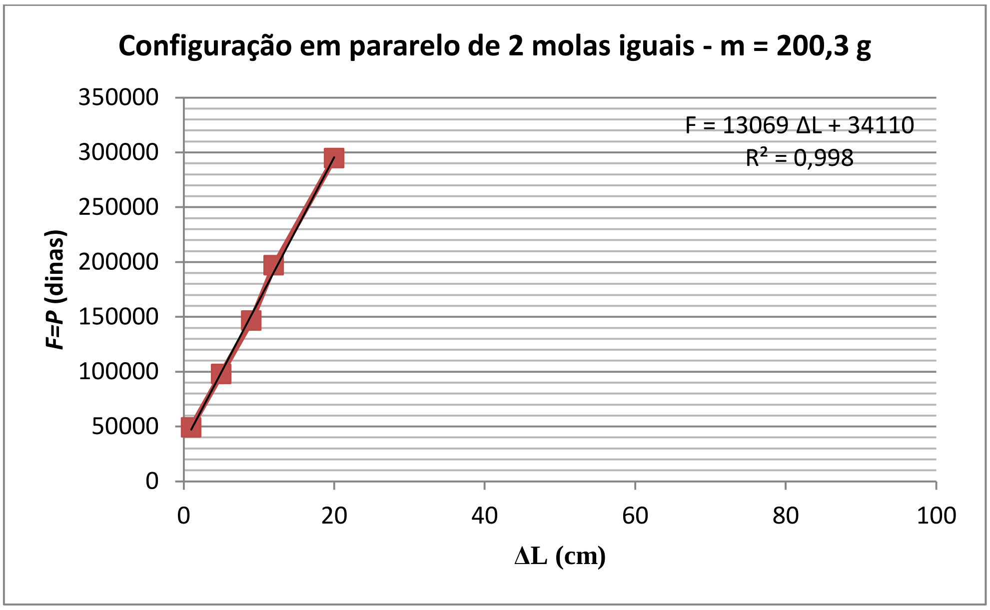


Figura C.6 – Gráfico da força peso (F=P) em dinas (dyn) versus o deslocamento ΔL em centímetros (cm), confeccionado com os dados da Tabela C.5, parte estática da configuração em paralelo de duas molas iguais. A reta ajustada é dada por: $F = 13069\,\Delta L + 34110$, e $R^2 = 0{,}998$ indica o quanto é linear.

f) A partir da confecção dos gráficos, indicar o valor numérico dos quocientes de uma única mola e de ambas as associações que correspondem à inclinação dos gráficos. E, compare os resultados quando obtidos por meio das equações, complete a Tabela C.6.

Tabela C.7 - Valores das constantes elásticas obtidas por meio das Equações e considerando a média dos valores e por meio da inclinação das retas dos gráficos. E, o cálculo do desvio percentual em relação os valores mais próximos.

[redacted]	Caso estático			Caso Dinâmico		
	1 mola	Molas em série	Molas em Paralelo	1 mola	Molas em série	Molas em Paralelo
	$k_1\,(dyn/cm)$	$k_s\,(dyn/cm)$	$k_p\,(dyn/cm)$	$k_1\,(dyn/$	$k_s\,(dyn/cm)$	$k_p\,(dyn/cm)$

[redacted]				$cm)$		
Equação/Teoria	6.533,3	3.266,65	*13.066,6*	6.533,3	3.266,65	*13.066,6*
Equação/Média	8.924,4	*3.719,6*	*23.212*	3.324	3.375	14.426
Gráfico (reta ajustada)	6.557	3.187	13.069			
$D_{\%}$ (%)	4	14	0,02	49	3	10

Sugestão:

a) Confeccionar os três gráficos da parte estática para a mesma massa, em uma única figura e analisar a inclinação das retas.

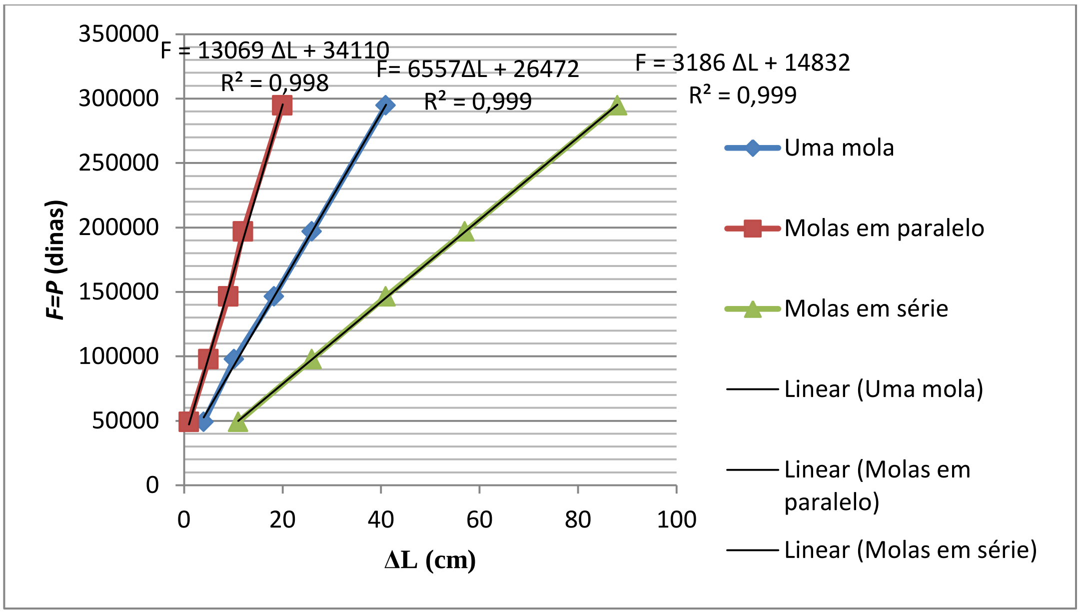


Figura C.7 – Gráficos da Força (F) igual a força peso em dinas (dyn) versus deslocamento (ΔL) em centímetros (cm), confeccionado com os dados das Tabelas C.2, C.3, e C.4 parte estática.

Analisando as constantes elásticas obtidas experimentalmente para a massa de 200,3 g, no caso estático:

$$k_1 = 6557 \frac{dyn}{cm}$$

$$k_p = 13.069\ dyn/cm$$

$$k_s = 3186\ dyn/cm$$

A proporção entre as constantes elásticas:

$\frac{k_1}{k_p} = 0{,}5$, e $\frac{k_1}{k_s} = 2{,}1.$ Portanto, $k_p = 2\, k_1$ e $k_s = \frac{k_1}{2}$, como esperado teoricamente.

1) Comparar os períodos do movimento oscilatório.

Tabela C.8 – Dados dos períodos médios para cada, sistema massa mola: mola de 15,0 cm e diâmetro de 1,5 cm e massa de 200,3 g. Extraídos das Tabelas C.4; C.5 e C.6. Fonte: o autor.

Configuração	Período médio: $T_m\ (s)$	
1 mola	$T_1\ (s)$	1,09
Molas série	$T_s(s)$	1,53
Molas paralelo	$T_p(s)$	0,74

De acordo com as leis do Movimento Harmônico Simples (MHS) pode-se afirmar que: $T_p > T_1 > T_s$, *ou seja: o período da associação de duas molas em paralelo* T_p *de mesma constante elástica é maior que o período de uma mola única* T_m, *que por sua vez é maior que o período de uma associação em série* T_s *de duas molas helicoidais.*

c) Relate as principais dificuldades encontradas na realização do experimento.

As dificuldades encontradas normalmente são em relação à leitura e compreensão do texto, para a montagem e execução experimental.

Considerar que cada etapa deve ser realizada com atenção para se obter bons dados.

Aprender a manusear os instrumentos de medida, também pode ser uma dificuldade quando não se conhece o funcionamento do mesmo. O que pode ser sanado fazendo alguns testes de adaptação.

Observar a influência de termos lineares e quadráticos nas equações que influenciam nos resultados, como a constante elástica no caso estático ser diretamente proporcional ao deslocamento (linear) e no caso dinâmico ser inversamente proporcional ao período médio ao quadrado. Como o tempo é uma medida imprecisa, deve-se fazer testes para se ter menos chances de errar na tomada de tempo, pois ainda será elevada ao quadrado, o que propaga o erro.

Em relação a interpretação dos resultados, confeccionar gráficos em papel milimetrado ou em algum programa computacional e interpretá-los pode ser um ponto de dificuldade.

d) Relate também as suas considerações favoráveis em relação ao experimento.

Aprender a teoria por meio de um experimento, sem decorar, mas compreendendo o evento da qual se calcula, e que existem diversas formas a ser abordar para obter o mesmo resultado deve ser algo motivador.

Observar que em cada experimento pode-se abordar vários conteúdos que envolvem a física, como Lei de Hooke, Leis de Newton, Conservação de Energia e as energia nela envolvidas, Movimento Harmônico Simples, Movimento Harmônico Amortecido, me parece algo bem interessante.

Portanto, é de extrema valia verificar as dificuldades e facilidades do estudante em relação à realização de qualquer experimento, uma vez que esse método funciona como uma autoavaliação do mesmo.

.

C.4 ETAPA 4

C.4.1 Roteiro experimental 04 (Exp. 04) - Conservação da Energia em materiais deformáveis - o curioso caso da “lata energética” a partir do armazenamento de energia mecânica.

Após seguir os procedimentos presentes no Roteiro Experimento 04, gire os palitos das extremidades da “lata energética” e coloque-o sobre uma *superfície plana. Solte-o e veja que a “lata energética” precisa realizar um movimento de “vai e vem”, demonstrando o armazenamento de energia, bem como, a conversão de diferentes tipos de energia, no caso: energia elástica em energia potencial no caso do movimento no plano e energia potencial gravitacional e elástica em energia cinética no caso da rampa.*

C.4.2 Questionário Avaliativo 04 (QPo4)

(A ser aplicado após a realização do Experimento 04 (Exp4))

a) Qual a função, da lata/recipiente, do elástico e do parafuso com a porca?

Para fazer com que a lata se movimente, o elástico e o parafuso funcionam como uma espécie de motor.

b) Que tipos de transformação de energia estão envolvidos no comportamento da lata/recipiente nas duas situações (quando rodada na superfície horizontal e quando colocada na rampa)?

Espera-se que os estudantes definam e diferenciem energia cinética, energia potencial elástica e energia potencial gravitacional.

c) Que modificações você propõe para que a lata/recipiente atinja maior alcance ao ser rodada na superfície horizontal?

Espera-se que os estudantes respondam esta questão propondo a troca do parafuso utilizado por um de maior massa ou a utilização de um elástico mais resistente.

d) É possível substituir o elástico retorcido por uma mola helicoidal? O sistema funcionaria da mesma forma?

É possível sim realizar a troca. Ambos os materiais são deformáveis e funcionam como "motor" da lata quando torcidos. Portanto, o sistema funcionaria da mesma forma.

e) Indique uma maneira de fazer a lata/recipiente rolar sem um impulso inicial. Descreva esse processo.

Espera-se que os estudantes se atentem ao fato da energia poder ser armazenada pela torção do elástico presente na lata. Esse mecanismo é parecido com o utilizado em brinquedo de corda.

f) Com base em sua resposta no item “e”, quais transformações de energia ocorrem nesse caso?

Transformação de energia potencial elástica em energia cinética.